

Biometrija
- vaje za utrjevanje snovi -

Milena Kovač, Špela Malovrh

11. januar 2015

V naslednjih vajah bomo utrdili izračun osnovnih statistik in razvoj statističnih modelov. Priporočamo, da so vsi postopki in izračuni pregledno urejeni. Ko se na sistem navadite, prihranite veliko časa pri reševanju naloge, zmanjšate možnost napak in povečate preglednost. Ni nujno, da privzamete priporočen sistem, lahko razvijete svojega, če vam bo to olajšalo delo. Pri tem morate paziti, da bo postopek dovolj splošen, da vas pri bolj kompleksnih problemih ne zavede na napačne rešitve. Potrudili se bomo pri pregledovanju, iz novih postopkov spoznamo, kako razmišljate. Tako se od vas tudi učimo, tako iz pravih rešitev kot tudi iz napak. Primere bomo uporabljali tudi kasneje, zato rezultate skrbno uredite, da jih bomo lahko uporabili.

Pri izračunu osnovnih statistik lahko uporabljate statistične programe samo za preveritev rezultatov, pri izračunih pa lahko uporabite le osnovne računske operacije na kalkulatorjih. Rezultati ne kažejo nujno smiselnih rezultatov, saj temeljijo le na majhnem številu meritev, ki omogočajo vajo brez statističnih orodij. Vaje lahko izbirate po posebnostih, ki jih prikazujejo, dodatne vaje pa omogočajo tudi utrditev snovi. Rezultate vedno prikažite v preglednici ali sliki, tudi če to ni zahtevano.

Poglavje 1

Vaje iz osnovnih statistik

V tem poglavju navajamo nekaj nalog, ki poudarjajo povezanost statistik. Več vaj za izračun osnovnih statistik boste našli v naslednjem poglavju.

1.1 Porazdelitve

Naloga 1:

Opravili smo 100 meritev za neko lastnost in ugotovili, da je lastnost normalno porazdeljena, s srednjo vrednostjo 15 in standardno napako ocene 0.2!

a) Narišite porazdelitev in na grafu pokažite, kje se nahaja 99 % podatkov! Graf lahko samo skicirate, vendar naj bo zadostno opremljen!

b) Ali naslednje vrednosti spremenljivke predstavljajo verjetnega osamelca v zgornjem primeru? Utemeljite!
24 _____ 12 _____ 17 _____

Naloga 2:

Opravili smo 100 meritev, s srednjo vrednostjo 750 g in standardno napako srednje vrednosti 5.0 g!

a) Na grafu pokažite, kje se nahaja 95 % podatkov! Graf izrišite ročno, vendar naj bo zadostno opremljen!

b) Izvrednotite tudi standardni odklon in varianco!

c) Ali naslednje vrednosti spremenljivke predstavljajo verjetnega osamelca v zgornjem primeru? Utemeljite!
730 _____ 580 _____ 810 _____

1.2 Regresija in korelacija

Naloga 3:

Ponazorite vpliv starosti na maso mladic za rast od rojstva do starosti 200 dni. Povprečna rojstna masa je 1.5 kg, povprečni prirast na celotnem intervalu pa 600 g/dan.

a) Narišite grafikon! Grafikon lahko samo skicirajte, vendar naj bo zadostno opremljen!

b) Navedite regresijski koeficient!

c) Koliko mladice v povprečju tehtajo pri 200 kg?

Naloga 4:

Ponazorite vpliv starosti mladic na velikost gnezda pri prašičih. Povprečna velikost gnezda pri mladica je 9.75 živorojenih pujskov pri 350 dni. Uporabili smo lahko linearno regresijo. Na intervalu med starostjo 330 dni in 370 dni se velikost gnezda povečuje za 0.025 pujska/dan.

- a) Narišite grafikon! Grafikon lahko samo skicirajte, vendar naj bo zadostno opremljen!
- b) Navedite regresijski koeficient!
- c) Koliko je povprečno živorojenih pujskov v gnezdu pri starosti 330 dni in 370 dni? Graf izrišite ročno, vendar ga zadostno opremite!

Naloga 5:

Ponazorite vpliv starosti mladic na velikost gnezda pri prašičih na treh farmah. Povprečna velikost gnezda pri mladicah je 9.75 živorojenih pujskov na farmi A, 12.10 na farmi B in 8.80 na farmi C pri starosti 350 dni. Na intervalu med starostjo 330 dni in 370 dni se gnezdo povečuje za 0.025 pujska/dan na farmi A, 0.015 pujska/dan na farmi B in 0.030 pujska/dan na farmi C.

- a) Narišite grafikon! Grafikon lahko samo skicirajte, vendar naj bo zadostno opremljen!
- b) Navedite regresijske koeficiente!
- c) Navedite razlike v velikosti gnezda med farmami pri starosti 370 dni? Graf izrišite ročno, vendar ga zadostno opremite!

Naloga 6:

Mesnatost prašičev smo opazovali pri masah klavnih polovic od 50 do 120 kg. Pri povprečni masi toplih klavnih polovic 88 kg pri hibridu 1244 je 60.6 % in se zmanjšuje za 0.08 %/kg. Pri hibridu 1233 smo zabeležili nekoliko nižjo mesnatost (59.5 %) pri nekoliko višji povprečni masi toplih klavnih polovic (92 kg) in se zmanjšuje za 0.10 %/kg.

- a) Narišite grafikon! Grafikon lahko samo skicirajte, vendar naj bo zadostno opremljen!
- b) Navedite regresijske koeficiente!
- c) Navedite razlike v mesnatosti med farmama pri povprečnih masah klavnih 80 in 90 kg? Graf izrišite ročno, vendar ga zadostno opremite!

Naloga 7:

Korelacija med količino pridelka na hektar in oskrbo tal z vodo znaša 0.9. Kolikšen del variance količine pridelka bi pojasnili z vplivom vlažnosti tal?

Naloga 8:

Korelacija med konverzijo krme in debelino hrbtna slanina znaša -0.30. Kolikšen del variance za debelino hrbtna slanina bi pojasnili s konverzijo krme?

1.3 Mere razpršenosti**Naloga 9:**

V prvi skupini je bilo 49 prašičev. Skupaj so tehtali 4983.3 kg, vsota kvadratnih odklonov pa znaša 168.0 kg². Izračunajte varianco in predvidite minimalno in maksimalno vrednost, če so podatki porazdeljeni normalno!

Naloga 10:

V drugi skupini je bilo 81 prašičev s povprečno maso 101.7 kg. Predpostavimo, da so v obeh poskusih ostali pogoji konstantni.

- a) Ocenite razliko med prvo in drugo skupino!
- b) Ocenite standardno napako razlike, če so bile posamezne meritve v obeh skupinah identično in neodvisno porazdeljene! (POMOČ: $var(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) =$)
- c) Ali lahko za statistični preizkus razlik med skupinama uporabimo t-test? Utemeljite!

1.3.1 Ogrevanje gnezd I**Naloga 11:**

Pri pujskih v gnezdih smo od rojstva do odstavitve spremljali porabo električne energije za ogrevanje gnezd. Gnezda smo odstavljali pri starosti 30 dni. Predpostavimo tudi, da v poskusu ni bilo poginov. Skupna poraba energije v poskusu je 1190.0 kWh. Standardna napaka ocene za povprečno porabo energije je znašala 0.069 kWh. Vsota kvadratnih odklonov za porabo energije je 3449.94 (kWh)², za starost pujskov pa 98729.99 dni². Vsota produktov med odkloni spremenljivk znaša -11237.58 kWhdan. Izračunajte:

- a) Število opazovanj (število gnezd)
- b) Standardni odklon za porabo energije
- c) Korelacijo med spremenljivkama
- d) Kovarianco med spremenljivkama
- e) Regresijski koeficient, ki pojasni vpliv dneva laktacije na porabo energije
- f) Ali se, glede na rezultate poskusa, poraba energije s starostjo pujskov povečuje oziroma znižuje?
- g) Narišite grafikon, ki bo ponazoril povezavo med dolžino laktacije in porabo energije za ogrevanje gnezda!
- h) Narišite porazdelitev starosti pujskov v celotnem poskusu!

Naloga 12:

V poskusu je bilo 1620 opazovanj. Skupna poraba energije v poskusu je 2255.0 kWh, povpreče za dan laktacije pa znaša 15.0 dni. Vsota kvadratnih odklonov za porabo energije je 1492.56 (kWh)², za dan v laktaciji pa 98729.99 dni². Vsota produktov med odkloni spremenljivk znaša -9237.58 kWhdni. Izračunajte:

- a) Standardni odklon za porabo energije
- b) Standardno napako ocene za povprečno porabo energije
- c) Korelacijo med spremenljivkama
- d) Kovarianco med spremenljivkama
- e) Regresijski koeficient, ki pojasni vpliv dneva laktacije na porabo energije
- f) Narišite grafikon, ki bo ponazoril povezavo med dolžino laktacije in porabo energije za ogrevanje gnezda!

Poglavje 2

Vaje iz pisanja statističnih modelov

2.1 Dopolnilna krma jagnjet do odstavitve

V poskusu smo pri dveh rejcih preizkušali dopolnilno krmo za jagnjeta. Zanimala nas je rast jagnjet v času do odstavitve. Podatki so zbrani v preglednici 2.1.

Naloga 13:

Utrdimo osnovno statistično obdelavo!

- Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po čredah in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!
- Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!
- Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv rojstne mase na lastnosti ob odstavitvi!
- Izračunajte korelacije med rojstno in lastnostmi ob odstavitvi!
- Katere statistike najboljše prikažejo vpliv velikosti gnezda na rojstno maso in meritve ob odstavitvi? Prikažite v preglednici ali na grafih!
- V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!

Naloga 14:

Osredotočite se samo na rojstno maso!

- Navedite odvisne spremenljivke!
- Naštejte vse neodvisne spremenljivke!

Tabela 2.1: Podatki iz poskusa rasti jagnjet v času do odstavitve

Čreda	Krma	Vel. gn.	Spol. jag.	Zap. jagnjitev	Jagnje	Mati	Oče	Rojstna masa (kg)	Ob odstavitvi starost (dni)	masa (kg)	DP (g/dan)
1	1	1	m	mladica	14/1	14	12	3.2	120	25.2	183
1	1	2	ž	stara ovca	15/4	15	12	3.5	115	30.6	236
1	3	2	ž	stara ovca	15/3	15	12	3.8	115	28.7	217
1	2	3	m	mladica	16/1	16	12	3.4	121	27.4	198
1	3	3	m	mladica	16/2	16	12	3.0	115	25.4	195
1	1	3	m	mladica	17/1	17	12	3.6	132	27.8	183
1	2	2	ž	stara ovca	18/2	18	12	3.9	114	27.3	205
2	2	1	m	mladica	19/1	19	13	2.8	118	-	-
2	3	1	m	stara ovca	20/6	20	13	3.7	124	29.2	206
2	1	3	ž	stara ovca	21/7	21	13	4.3	130	34.8	235
2	3	4	ž	stara ovca	22/4	22	12	4.1	114	28.7	216
2	1	1	ž	mladica	23/1	23	13	3.6	125	24.3	166

Tabela 2.2: Podatki iz preizkusa dopolnilne krme za teleta

Rejec	Pasma	Spol	Krma	Žival	Mati	Oče	Rojstna masa (kg)	Starost ob odst. (dni)	Masa ob odst. (kg)	Dnevni prirast (g/dan)
1	1	z	5	1	21	13	37.0	172	198.0	936
1	1	m	6	12	29	14	50.5	197	219.5	858
1	2	m	6	2	24	14	48.5	216	245.5	910
1	3	z	5	8	27	13	39.0	180	203.5	914
2	1	z	5	9	35	14	51.5	211	239.0	889
2	2	m	5	5	30	13	39.5	179	199.5	894
2	2	z	6	10	20	13	47.5	171	198.5	883
2	3	m	6	3	27	13	50.0	187	224.5	993
3	1	z	5	4	23	13	42.0	190	206.0	863
3	2	m	6	7	32	14	46.0	216	245.0	921
3	3	z	6	6	29	14	45.5	201	222.0	878
3	3	m	5	11	22	13	43.0	184	210.0	908

c) Naštejte glavne vplive, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!

d) Napišite vse elemente osnovnega modela v skalarni obliki!

e) V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!

f) Določite možne vplive!

g) Napišite vse elemente možnega modela v skalarni obliki!

h) V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!

i) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 2.1

j) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo večje število podatkov ($n = 1000$) in podobno strukturo

Naloga 15:

Ponovite vajo z enolastnostno analizo za odstavitveno maso in dnevni prirast od rojstva do odstavitve!

Naloga 16:

Ponovite vajo z dvolastnostno analizo, v katero sta vključeni rojstna in odstavitvena masa!

2.2 Dopolnilna krma za teleta

V poskusu pri treh rejcih smo preiskovali krmo (seno oz. silažo primerljive kakovosti med rejci) za teleta. Zanimala nas je masi telet ob rojstvu in odstavitvi ter dnevni prirast (preglednica 2.2).

Naloga 17:

Utrdimo osnovno statistično obdelavo!

a) Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po rejcih in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!

b) Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!

c) Izračunajte regresijski koeficient, ki opisuje vpliv rojstne mase na lastnosti ob odstavitvi!

- d) Izračunajte korelacije med rojstno in lastnostmi ob odstavitvi!
- e) Katere statistike najbolj prikažejo vpliv velikosti gnezda na rojstno maso in meritve ob odstavitvi? Prikažite v preglednici ali na grafih!
- f) V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!

Naloga 18:

Osredotočite se samo na rojstno maso!

- a) Navedite odvisne spremenljivke!
- b) Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- c) Naštejte glavne vplive, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
- d) Kako sta klasificirana vpliva rejec in pasma?
- e) Napišite vse elemente osnovnega modela v skalarni obliki!
- f) V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!
- g) Določite možne vplive!
- h) Napišite vse elemente možnega modela v skalarni obliki!
- i) V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!
- j) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 2.1
- k) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo večje število podatkov ($n = 1000$)
- l) V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb. Pri tem upoštevajte, da smo meritve opravili na 30000 živalih, iz porekla pa je dodanih še 500 staršev.

Naloga 19:

Ponovite vajo z enolastnostno analizo za odstavitveno maso in dnevni prirast od rojstva do odstavitve!

Naloga 20:

Ponovite vajo z dvolastnostno analizo, v katero sta vključeni rojstna in odstavitvena masa!

2.3 Vpliv starosti ovc na rast jagnjet od rojstva do prodaje

Model

Pri različnih rejcih smo izvedli preizkus rasti jagnjet od rojstva do prodaje v povezavi s starostjo matere ob jagnjitvi. Podatke prikazujemo v preglednici 2.3.

Naloga 21:

Utrdimo osnovno statistično obdelavo!

- a) Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po spolu in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!

Tabela 2.3: Podatki iz poskusa vpliva starosti ovc ob jagnjitvi na rast jagnjet v času do prodaje

Krma	Re- jec	Vel. gn.	Spol jag.	Starost (dni)	Jagnje	Mati	Oče	Rojstna masa (kg)	Prodaja star. (dni)	masa(kg)	DP (g/dan)
1	1	2	m	370	1	20	16	3.3	150	35.2	213
1	1	2	m	370	2	21	16	3.5	165	40.6	225
1	1	1	ž	720	3	21	16	3.4	145	33.7	209
1	1	1	ž	350	4	22	16	3.9	132	27.8	181
1	2	2	m	390	5	23	17	3.2	144	38.4	244
1	2	2	m	390	6	23	17	2.9	134	34.3	234
1	2	1	m	670	7	24	17	3.1	125	28.7	205
1	3	2	ž	740	8	25	18	2.8	135	31.4	212
1	3	2	ž	740	9	25	18	2.9	124	27.3	197
1	3	2	m	670	10	26	18	3.5	114	24.7	186
1	3	1	ž	690	11	27	18	4.3	130	34.8	235
1	4	1	ž	380	12	28	19	3.8	148	37.5	228
1	4	2	m	880	13	29	19	3.7	124	29.2	206
1	4	2	ž	910	14	30	19	3.6	125	24.3	166

- b) Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!
- c) Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv starosti matere ob jagnjitvi prikazane lastnosti!
- d) Izračunajte korelacije med starostjo matere ob jagnjitvi in prikazanimi lastnostmi!
- e) V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!

Naloga 22:

Osredotočite se na rojstno maso jagnjet!

- a) Navedite odvisne spremenljivke!
- b) Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- c) Naštejte glavne vplive, jih označite in navedite osnovne značilnosti! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
- d) Napišite vse elemente osnovnega modela v skalarni obliki!
- e) V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!
- f) Določite možne vplive!
- g) Napišite vse elemente možnega modela v skalarni obliki!
- h) V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!
- i) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 2.3
- j) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo večje število podatkov ($n = 10000$)

Naloga 23:

Ponovite vajo z enolastnostno analizo za maso ob prodaji in dnevni prirast od rojstva do odstavitve!

Naloga 24:

Ponovite vajo z dvolastnostno analizo, v katero sta vključeni rojstna in odstavitvena masa!

Tabela 2.4: Podatki iz poskusa vpliva starosti ovc ob jagnjitvi na rast jagnjet v času do prodaje

Krma	Rejec	Gnezdo	Spol jag.	Starost (dni)	Jagnje	Mati	Oče	Rojstna masa (kg)	Prodaja star. (dni)	Prodaja masa(kg)	DP (g/dan)
1	1	1	m	370	1	20	11	3.3	150	35.2	217
1	1	2	m	370	2	21	11	3.5	165	40.3	225
1	1	3	ž	720	3	21	11	3.5	145	33.7	209
1	2	4	m	390	5	19	12	3.2	144	37.4	244
1	2	4	m	390	6	19	12	2.9	134	34.3	236
1	3	5	ž	740	7	18	13	2.8	135	31.4	216
1	3	5	ž	740	8	18	13	3.0	124	27.3	196
1	4	6	ž	380	9	17	14	3.8	148	37.3	228
1	4	7	m	850	10	16	15	3.7	124	29.1	209

2.3.1 Model živali s skupnim okoljem v gnezdu

Pri različnih rejcih smo izvedli preizkus rasti jagnjet od rojstva do prodaje v povezavi s starostjo matere ob jagnjitvi. Podatke prikazujemo v preglednici 2.4. Podatkov so pridobili več (okrog 1000 meritev), vendar bomo za delo uporabili le tiste, navedene v spodnji preglednici. Živali so pravilno označene, zato oznak ne spreminjajte!

Naloga 25:

$$y_{tijk} = \mu_t + R_{ti} + b_{ti} (x_{tijk} - 10) + g_{tij} + a_{tijk} + e_{tijk} \quad [2.1]$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_g\mathbf{u}_g + \mathbf{Z}_a\mathbf{u}_a + \mathbf{e} \quad [2.2]$$

a) Kaj predstavlja b_{ti} ?

b) Izvrednotite $cov(y_{1ijk}, y_{2ijk})$!

c) Izvrednotite $E(\mathbf{y})$! Kaj predstavlja?

d) Izvrednotite $var(\mathbf{y})$! Kaj predstavlja?

e) Izvrednotite $cov(\mathbf{y}, \mathbf{u}'_g)$! Kaj predstavlja?

f) Izvrednotite $cov(\mathbf{u}_g, \mathbf{y}')$! Kaj predstavlja?

g) Izvrednotite $cov(\mathbf{Z}_g\mathbf{u}_g, \mathbf{y}')$!

h) S koliko komponentami variance imamo v modelu opravka? Naštejte jih in označite!

i) S koliko komponentami kovariance imamo v modelu opravka? Naštejte jih in označite!

Naloga 26:

V tej nalogi se bomo uporabili podatke iz preglednice 2.4 in enačbo modela 2.1 v skalarni obliki in 2.2 v matrični obliki. Fenotipski varianci znašata 0.125 za rojstno maso in 17.4 za maso ob prodaji. Fenotipska korelacija znaša 0.60. Heritabiliteta za maso ob rojstvu znaša 0.40 in 0.25 za maso ob prodaji. Tudi genetska korelacija med masama je pozitivna in znaša 0.75. Ostanke niso bili korelirani. Nepojasnjene je bilo 45 % variance za maso ob rojstvu in 60 % za maso ob prodaji.

a) V katerih enotah so variance in kovariance?

b) Sestavite (vrednosti!) vse matrike varianc in kovarianc med lastnostma, potrebne za napoved plemenskih vrednosti!

c) Kaj predstavlja $var(\mathbf{u}_g)$?

Tabela 2.5: Podatki o trupih prašičev iz linije klanja

Žival	Oče	Mati	Zap. pras.	Spol	Skupina	Genotip	Masa (kg)	Meritev(mm)		Debelina hrbtna mišice (mm)		
								S	M	DHM1	DHM2	DHM3
1	13	14	10	s	40	1244	113	11	82	81.3	79.4	80.2
2	13	14	10	k	41	1244	106	9	78	76.0	74.0	75.2
3	13	14	10	s	42	1244	119	12	84	81.0	83.4	85.0
4	13	15	1	k	40	1244	107	10	91	93.2	92.0	92.8
5	13	15	1	s	41	1244	101	8	75	74.9	73.6	72.7
6	13	15	1	k	42	1244	106	9	9	84.8	84.2	85.6
7	18	16	8	s	30	1233	117	12	77	75.8	78.0	76.3
8	18	16	8	k	31	1233	120	13	90	88.2	84.9	86.5
9	18	16	8	s	32	1233	125	15	87	85.2	86.3	14.3
10	18	17	4	k	30	1233	117	13	85	79.7	80.1	82.0
11	18	17	4	s	31	1233	108	16	77	73.2	75.5	-
12	18	17	4	k	32	1233	121	14	86	84.1	83.9	85.2

d) Prikažite (simbolično) strukturo matrike genetskih varianc in kovarianc v matrični obliki! Obrazložite oznake!

e) Vzemite, da imata živali ista starša in sta iz istih gnezd. Izvrednotite: $cov(y_{ijk}, y_{i'j'k'}) = !$

2.4 Prašiči na liniji klanja

Pri prašičih smo z namenom, da izračunamo plemensko vrednost, na liniji klanja merili meritvi S in M ter debelino najdaljše hrbtna mišice (DHM) na treh sosednjih mestih. Dobili smo podatke, prikazane v preglednici 2.5. Podatki nakazujejo samo strukturo podatkov, izmerili pa smo vsega skupaj 9000 prašičev - potomcev 1500 svinj in 24 merjascev. Svinje v času poskusa so imele po dve gnezdi, bile pa so različnih starostnih skupin, a so prasile največ 10-krat, saj rejec starejše živali dosledno izloča. V pitanju so bili prašiči naseljeni v skupine po 15 živali v kotcu, ločeno po genotipu. Pri ostalih vplivih so prikazani vsi nivoji.

Naloga 27:

Osamelci.

a) Ali imamo v podatkih osamelce? Kako postopamo z njimi pri obdelavah?

b) Ali z osamelci v večlastnostni analizi ravnamo enako kot pri enolastnostnih analizah?

Naloga 28:

Utrdimo osnovno statistično obdelavo!

a) Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po genotipu in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!

b) Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!

c) Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv telesne mase pred zakolom na prikazane lastnosti!

d) Izračunajte korelacije med telesno maso pred zakolu in prikazanimi lastnostmi!

e) V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!

Naloga 29:

Osredotočite se na debelino hrbtna mišice! Ponovitve bomo obravnavali kot eno lastnost!

Tabela 2.6: Podatki iz preizkusa dopolnilne krme pri pitanju goveda pri treh rejcih

Rejec	Pasma	Spol	Krma		Žival	Rojstna masa	Začetek poskusa			Končno tehtanje		
			vrsta	(%)			star.	masa	DP01	star.	masa	DP03
1	R	ž	A	10	1	37.0	70	68.0	443	413	480	1077
1	R	m	A	15	2	48.5	80	84.5	450	423	510	1091
1	R	m	B	20	3	50.0	85	86.0	424	428	480	1005
1	R	ž	B	10	4	42.0	75	78.0	480	418	450	976
3	L	m	A	20	9	47.5	73	84.0	500	426	515	1097
3	L	ž	A	10	10	45.5	78	86.5	526	421	509	1101
3	L	m	B	15	11	46.0	69	73.5	399	412	564	1257
3	L	ž	B	20	12	48.0	79	84.0	456	422	530	1142
5	Š	ž	A	15	17	51.5	82	92.0	494	425	556	1187
5	Š	ž	A	20	18	47.5	77	84.5	481	420	521	1127
5	Š	m	B	10	19	43.0	73	79.5	500	416	564	1252
5	Š	m	B	15	20	50.5	85	90.5	491	428	534	10083

a) Navedite odvisne spremenljivke!

b) Naštejte vse neodvisne spremenljivke!

c) Naštejte glavne vplive, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!

d) Napišite enačbo osnovnega modela!

e) Preverite možne interakcije!

f) Napišite vse elemente možnega modela!

g) V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!

h) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 2.5

i) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo večje število podatkov ($n = 3000$)

Naloga 30:

Ponovite nalogo z enolastnostno analizo za meritvi S in M!

Naloga 31:

Ponovite nalogo z večlastnostno analizo za meritve S, M in debelino hrbtne mišice!

2.5 Preizkus dopolnilne krme pri pitanju goveda pri treh rejcih

V poskusu pri treh rejcih smo preiskovali dve dopolnilni krmi za pitanje telic in bikcev, ki smo ju dodajali v treh različnih količinah. Količino smo dodajali ves čas v enakem odstotku k osnovni krmi. Zanimala nas je rast od rojstva do konca poskusa. Podatki so zbrani v preglednici 2.6.

Naloga 32:

Ali imamo v podatkih osamelce? Kako postopamo z njimi pri enolastnostnih obdelavah?

Naloga 33:

Utrdimo osnovno statistično obdelavo!

- a) Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po pasmah in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!
- b) Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!
- c) Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv rojstne mase na spremljane lastnosti!
- d) Izračunajte korelacije med rojstno maso in spremljanimi lastnostmi!
- e) V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!

Naloga 34:

Obdelajmo najprej telesno maso ob začetku poskusa in dnevni prirast od rojstva do začetka poskusa (DP1)!

- a) Navedite odvisne spremenljivke!
- b) Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- c) Naštejte glavne vplive za izbrane lastnosti, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
- d) Napišite vse elemente osnovnega modela za izbrane lastnosti!
- e) Izpišite vse parametre za vse vplive v osnovnem modelu!
- f) V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb!
- g) Razvijte možni model za izbrane lastnosti!
- h) Napišite vse elemente možnega modela za izbrane lastnosti!
- i) Izpišite vse parametre za vse vplive v možnem modelu!
- j) V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb!
- k) Kakšna je klasifikacija med rejcem in pasmo?
- l) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 2.6
- m) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo večje število podatkov ($n = 300$)

Naloga 35:

Ponovite vajo še za lastnosti pri zadnjem tehtanju!

Naloga 36:

Ponovite vajo še za preizkus, kjer imajo živali znano poreklo! Kako upoštevamo poreklo v statistični obdelavi?

Naloga 37:

Ponovite vajo še za večlastnostni model, v katerega vključimo kot lastnosti vsa tehtanja!

Naloga 38:

Ponovite vajo še za večlastnostni model, v katerega vključimo kot lastnosti vsa tehtanja!

2.6 Preizkus dopolnilne krme pri pitanju goveda pri več rejcih

V poskusu pri več rejcih smo preizkušali dve dopolnilni krmi za pitanje telic in bikcev, ki smo ju dodajali v treh različnih količinah. Količino smo dodajali ves čas v enakem odstotku k osnovni krmi. Zanimala nas je rast od rojstva do konca poskusa. Podatki so zbrani v preglednici 2.7.

Naloga 39:

Ali imamo v podatkih osamelce? Kako postopamo z njimi pri obdelavah?

Naloga 40:

Utrdimo osnovno statistično obdelavo!

- a) Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po pasmah in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!
- b) Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!
- c) Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv rojstne mase na spremljane lastnosti!
- d) Izračunajte korelacije med rojstno maso in spremljanimi lastnostmi!
- e) V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!

Naloga 41:

Obdelajmo najprej telesno maso ob začetku poskusa in dnevni prirast od rojstva do začetka poskusa (DPI)!

- a) Navedite odvisne spremenljivke!
- b) Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- c) Naštejte glavne vplive za izbrane lastnosti, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
- d) Napišite vse elemente osnovnega modela za izbrane lastnosti!
- e) V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb. Pri tem upoštevajte, da smo meritve opravili na 3000 živalih, iz porekla pa je dodanih še 2500 prednikov.
- f) Razvijte možni model za izbrane lastnosti!
- g) Napišite vse elemente možnega modela za izbrane lastnosti!
- h) V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb. Pri tem upoštevajte, da smo meritve opravili na 3000 živalih, iz porekla pa je dodanih še 2500 prednikov.
- i) Kakšna je klasifikacija med rejcem in pasmo?
- j) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 2.7
- k) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo večje število podatkov ($n = 5000$)

Tabela 2.7: Podatki iz preizkusa dopolnilne krme pri pitanju goveda

Rejec	Pasma	Spol	Krma		Žival	Rojstna masa	Začetek poskusa		Vmesno tehtanje		Končno tehtanje			
			vrsta	(%)			star.	masa	star.	masa	star.	masa	DP03	
1	R	ž	A	10	1	37.0	68.0	443	238	221.0	911	413	480	1077
1	R	m	A	15	2	48.5	84.5	450	248	245.5	958	423	510	1091
1	R	m	B	20	3	50.0	86.0	424	253	234.5	884	428	480	1005
1	R	ž	B	10	4	42.0	78.0	480	243	229.0	899	418	450	976
2	R	ž	A	15	5	38.5	71.0	464	238	210.0	827	426	515	1097
2	R	m	A	20	6	44.0	75.5	414	244	212.0	813	421	509	1101
2	R	m	B	10	7	47.5	83.0	433	250	243.0	952	412	564	1257
2	R	ž	B	15	8	43.0	78.0	479	241	233.0	923	422	530	1142
3	L	m	A	20	9	47.5	84.0	500	241	249.5	985	425	556	1187
3	L	ž	A	10	10	45.5	86.5	526	246	242.0	926	420	521	1127
3	L	m	B	15	11	46.0	73.5	399	237	265.0	1140	416	564	1252
3	L	ž	B	20	12	48.0	84.0	456	247	248.5	979	428	534	1083
4	L	ž	A	10	13	46.5	79.5	434	244	234.5	923	419	498	1077
4	L	ž	A	15	14	39.0	73.5	421	250	229.0	926	425	470	1014
4	L	m	B	20	15	51.0	80.0	403	240	245.5	985	415	502	1086
4	L	m	B	10	16	47.0	86.0	464	252	250.0	976	427	513	1091
5	Š	ž	A	15	17	51.5	92.0	494	250	289.0	1173	425	556	1187
5	Š	ž	A	20	18	47.5	84.5	481	245	248.5	976	420	521	1127
5	Š	m	B	10	19	43.0	79.5	500	241	270.0	1134	416	564	1252
5	Š	m	B	15	20	50.5	90.5	471	253	259.5	1006	428	534	15569
6	Š	ž	A	20	21	47.0	82.0	461	244	253.0	1018	419	538	1171
6	Š	ž	A	10	22	51.5	86.0	473	241	246.0	952	416	532	1155
6	Š	m	B	15	23	53.0	91.0	463	250	261.0	1012	425	570	1216
6	Š	m	B	20	24	43.0	81.5	443	255	249.0	997	430	536	1147

Tabela 2.8: Klavne lastnosti pri prašičih

Oznaka živali	Gnezdo	Genotip	Spol	Sezona zakola	Šifra kontrolorja	Masa pred zakol. (kg)	MTP (kg)	Klavni izplen (%)	Meritev S	Meritev M	Mesnatost (%)
1001	1	1233	s	2009-01	23	110	86	78.2	14	75	59.7
1002	2	1244	k	2009-01	23	103	79	76.7	11	63	60.4
1003	3	1254	s	2009-01	22	115	90	78.3	8	78	59.7
1004	1	1233	k	2009-02	22	105	81	77.1	9	71	62.7
1005	2	1244	s	2009-02	22	123	97	78.9	9	84	64.5
1006	3	1254	k	2009-02	22	98	75	76.5	14	61	58.0
1007	1	1233	s	2009-02	23	109	86	78.9	19	68	55.2
1008	2	1244	k	2009-02	23	118	91	77.1	7	79	53.3
1009	4	1233	s	2009-03	23	107	84	78.5	11	73	61.7
1010	5	1244	k	2009-03	23	121	93	76.9	16	72	57.9
1011	6	1254	s	2009-03	23	116	91	78.4	7	79	65.3
1014	5	1244	k	2009-03	22	105	82	78.1	10	74	62.5
1013	6	1254	s	2009-03	22	111	85	76.6	10	73	62.4
⋮				⋮							
9998	2998	1233	k	2010-10	23	117	92	78.6	9	86	64.7
9999	2999	1244	s	2010-10	22	116	89	76.7	13	78	60.8
10000	3000	1254	k	2010-10	22	97	74	76.3	14	65	58.5

Naloga 42:

Ponovite vajo še z enolastnostnimi modeli za lastnosti pri vmesnem in zadnjem tehtanju!

Naloga 43:

Ponovite vajo še z večlastnostnimi modeli za mase ali dnevne priraste pri vseh tehtanjih!

2.7 Klavne lastnosti pri prašičih

V poskusu s prašiči smo proučevali klavne lastnosti na liniji klanja. Živali smo pred transportom v klavnico individualno stehali in jih označili s klavnimi številkami. Živali smo dobili pri enem rejcu in so bile zaklane v isti klavnici. V pitanje smo naselili vse preživele živali iz vsakega gnezda. Na liniji klanja sta se izmenjevala dva kontrolorja. Del podatkov, ki kažejo na strukturo podatkov, smo prikazali v preglednici 2.8.

Naloga 44:

Ali imamo v podatkih osamelce? Kako postopamo z njimi pri obdelavah?

Naloga 45:

Utrdimo osnovno statistično obdelavo za podatke prikazane v preglednici 2.8!

- Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po kontrolorju in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!
- Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!
- Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv telesne mase pred zakolom na prikazane lastnosti!
- Izračunajte korelacije med telesno maso pred zakolu in prikazanimi lastnostmi!
- V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!

Tabela 2.9: Načrt preizkusa in število opazovanj v posamezni skupini

Pasma	Število očetov	Število mater	Število gnezd	Krma - vsebnost beljakovin (%)			
				14	16	18	20
11	8	32	32	32	26	16	6
22	7	28	28	16	8	28	24
33	8	32	32	16	32	20	26

Naloga 46:

Obdelajmo najprej telesno maso ob zakolu!

- a) Navedite odvisne spremenljivke!
- b) Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- c) Naštejte glavne vplive za izbrane lastnosti, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
- d) Napišite vse elemente osnovnega modela za izbrane lastnosti!
- e) V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.
- f) Razvijte možni model za izbrane lastnosti!
- g) Napišite vse elemente možnega modela za izbrane lastnosti!
- h) V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.
- i) Kakšna je klasifikacija med glavnimi vplivi z nivoji?
- j) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 2.8!
- k) Komentirajte osnovni in možni model, če imamo večje število podatkov!

Naloga 47:

Ponovite vajo z enolastnostnimi modeli za vse klavne lastnosti!

Naloga 48:

Ponovite vajo z večlastnostnimi modelom za klavni izplen, mesnatost, meritvi M in S!

2.8 Krmni poskus v pitanju prašičev

V tabeli 2.9 je načrt krmnega poskusa pri prašičih v pitanju. Želeli smo preizkusiti štiri krmne mešanice z različno vsebnostjo beljakovin. Spremljali smo dnevne priraste, dnevno porabo krme od 30 do 100 kg in debelino hrbtno slanine. V preizkus so bile vključene tri pasme. V tabeli je navedeno število živali posameznih pasem, krmljenih s posameznimi krmami. Tako smo npr. 28 živali pri pasmi 22 krmili s krmo, ki je vsebovala 18 % beljakovin. Preizkus smo uspeli izvesti pri enem rejcu. V poskusu je bilo predvideno, da iz vsakega gnezda (prašiči imajo istega očeta in isto mater) vključimo po štiri pujske, praviloma po dve svinjki in dva kastrata, vendar nam je ob začetku poskusa nekaj pujskov manjkalo. Pujski iz istega gnezda niso bili razporejeni v skupino z isto krmo. Lastnosti smo merili enako natančno.

Tabela 2.10: Pitovne lastnosti pri bikih in telicah iz gospodarskega križanja

Genotip Spol	RxCh	RxLi	RxBd'A	RxA	Skupaj
Biki	26	35	29	13	103
Telice	24	28	-	12	64
Skupaj	50	63	29	25	167

Naloga 49:

Razvijte statistični model za posamezne lastnosti v enolastnostnih modelih.

- a) Izpišite si vse glavne vplive, jih označite in opišete v skladu z dogovorom! Utemeljite svojo trditev!
- b) Koliko je v poskusu vseh merjenih živali - pitancev?
- c) Naštejte odvisne spremenljivke!
- d) Naštejte neodvisne spremenljivke!
- e) Katere vplive obravnavamo kot kvantitativne vplive?
- f) Katere vplive vključimo kot vplive z razredi?
- g) Katere vplive vključimo v model kot regresijo?
- h) Kateri vplivi so sistematski?
- i) Kateri vplivi so naključni?
- j) Ali bi lahko izvednotili vpliv rejca? Zakaj?
- k) Je načrt poskusa dobro zasnovan? Utemeljite!
- l) Kolikim živalim bi lahko izvednotili plemensko vrednost?

Naloga 50:

Razvijte statistični model za različne kombinacije lastnosti v dvolastnostnih modelih.

Naloga 51:

Razvijte statistični model za različne kombinacije lastnosti v trolastnostnih modelih.

2.9 Pitovne lastnosti pri bikih in telicah iz gospodarskega križanja

V poskusu smo spremljali dnevne priraste pri bikih in telicah križancih iz gospodarskih križanj krav rjave pasme z biki mesnih pasem. Živali so bile v preizkusu med 150 in 300-tim dnevom starosti s predhodnim prilagoditvenim obdobjem. Stehtali smo jih na začetku in na koncu poskusa ter vsaki izračunali povprečni dnevni prirast. Struktura podatkov je prikazana v preglednici 2.10.

Naloga 52:

Razvijte statistični model za masi in dnevna prirasta v enolastnostnih modelih.

- a) Naštejte odvisne spremenljivke!
- b) Naštejte vse neodvisne spremenljivke!

- c) Naštejte vse kvantitativne vplive!
- d) Naštejte vse kvalitativne vplive!
- e) Naštejte vse sistematske vplive!
- f) Naštejte vse naključne vplive!
- g) Naštejte vplive, ki jih bomo v model vključili z regresijo!
- h) Naštejte vplive, ki jih bomo v model vključili kot vplive z razredi!
- i) Naštejte glavne vplive, jih označite in opišite v skladu z dogovorom!
- j) Napišite vse elemente osnovnega modela!
- k) Določite možne vplive!
- l) Napišite vse elemente možnega modela!
- m) Določite število parametrov in število stopinj prostosti za posamezen vpliv, model v celoti in ostanek!
- n) Napišite hipotezi v skalarni in matrični obliki, s katerimi bi preizkusili razlike med genotipi in med spoloma. Ali sta hipotezi ocenljivi?

Naloga 53:

Razvijte statistični model za začetno in končno maso v dvolastnostnem modelu.

Naloga 54:

Razvijte statistični model za dnevna prirasta v dvolastnostnem modelu.

2.10 Rast pujskov

V poskusu smo v letu 2009 (12 mesecev) na treh kmetijah spremljali rast pujskov od rojstva do odstavitve. Iz vsakega gnezda smo za poskus namenili štiri naključno izbrane pujske, po dve svinjki in dva kastrata. V poskusu je bilo vključenih 220 svinj, od mladice do 10 zaporedne prasiatve. Svinja je v tem času lahko prasila največ 3-krat. V poskus je bilo vključenih skupaj 500 gnezd. Na vsaki kmetiji so uporabljali po dva merjasca za vsako pasmo, parjenja so samo čistopasemska. Struktura podatkov je prikazana v preglednici 2.11.

Naloga 55:

Ali imamo v podatkih osamelce? Kako postopamo z njimi pri obdelavah?

Naloga 56:

Utrdimo osnovno statistično obdelavo za podatke prikazane v preglednici 2.8!

- a) Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po kontrolorju in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!
- b) Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!
- c) Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv telesne mase pred zakolom na prikazane lastnosti!
- d) Izračunajte korelacije med telesno maso pred zakolu in prikazanimi lastnostmi!
- e) V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!

Tabela 2.11: Rast pujskov od rojstva do odstavitve

Rejec	Pujsek	Spol	Pasma	U-številka svinje	Zapor. gnezdo	Mesec pras.	Štev. puj. v gnezdu	Lakt. (dni)	Roj. masa puj. (kg)	Odst. masa puj. (kg)
1	1	2	A	31-2345-6	1	01	8	32	1.7	10.3
1	2	2	A	31-2345-6	1	01	8	32	1.4	9.8
1	3	3	A	31-2345-6	1	01	8	32	1.8	11.0
1	4	3	A	31-2345-6	1	01	8	32	1.5	9.7
1	5	2	B	31-1967-21	8	12	10	35	1.5	10.5
1	6	2	B	31-1967-21	8	12	10	35	1.2	8.9
1	7	3	B	31-1967-21	8	12	10	35	1.6	11.7
1	8	3	B	31-1967-21	8	12	10	35	1.8	12.5
2	9	2	A	31-1845-65	3	01	12	31	1.7	10.5
2	10	2	A	31-1845-65	3	01	12	31	2.0	11.7
2	11	3	A	31-1845-65	3	01	12	31	1.1	9.2
2	12	3	A	31-1845-65	3	01	12	31	1.8	10.4
2	13	2	B	31-2215-9	4	12	14	35	1.4	10.6
2	14	2	B	31-2215-9	4	12	14	35	1.3	7.5
2	15	3	B	31-2215-9	4	12	14	35	1.6	11.1
2	16	3	B	31-2215-9	4	12	14	35	1.0	-
3	17	2	A	30-1912-12	1	01	12	37	1.4	9.8
3	18	2	A	30-1912-12	1	01	12	37	1.7	10.9
3	19	3	A	30-1912-12	1	01	12	37	1.9	11.6
3	20	3	A	30-1912-12	1	01	12	37	1.5	9.8
3	21	2	B	30-1778-67	7	12	13	33	0.9	-
3	22	2	B	30-1778-67	7	12	13	33	1.6	10.4
3	23	3	B	30-1778-67	7	12	13	33	1.4	9.4
3	24	3	B	30-1778-67	7	12	13	33	1.9	12.1

Naloga 57:

Obdelajmo najprej rojstno maso pujska!

a) Navedite odvisne spremenljivke!

b) Naštejte vse neodvisne spremenljivke!

c) Naštejte vse kvantitativne vplive!

d) Naštejte vse kvalitativne vplive!

e) Naštejte vse sistematske vplive!

f) Naštejte vse naključne vplive!

g) Naštejte vplive, ki jih bomo v model vključili z regresijo!

h) Naštejte vplive, ki jih bomo v model vključili kot vplive z razredi!

i) Naštejte glavne vplive za izbrane lastnosti, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!

j) Napišite vse elemente osnovnega modela za izbrane lastnosti!

k) V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.

l) Razvijte možni model za izbrane lastnosti!

m) Napišite vse elemente možnega modela za izbrane lastnosti!

n) V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.

Tabela 2.12: Podatki iz preizkusa vpliva starosti mladic na velikost gnezda

Sezo- na	Geno- tip	Sku- pina	Sk. okolje v gnezdu	Žival	Starost ob prip. (dni)	Masa ob prip. (kg)	Število pujskov v gnezdu		
							živoroj.	izgub.	odst.
1	12	A	1	1	230	115	12	2	10
2	12	A	1	2	240	125	11	0	11
1	12	A	2	3	215	111	11	1	10
2	12	B	2	4	190	109	13	2	11
1	12	B	3	5	225	120	12	0	12
2	12	B	3	6	210	110	10	0	10
1	11	C	4	7	215	120	12	1	11
2	11	C	4	8	185	106	11	1	9
1	11	C	4	9	200	110	9	1	8
2	11	D	5	10	190	105	10	1	9
1	11	D	5	11	205	110	9	0	9
2	11	D	6	12	215	121	10	0	10

o) Kakšna je klasifikacija med glavnimi vplivi z nivoji?

p) Koliko nivojev ima vpliv živali?

Naloga 58:

Ponovite vajo še za odstavitveno maso pujskov!

Naloga 59:

Ponovite vajo za obe lastnosti v dvolastnostni analizi!

2.11 Vpliv starosti mladic ob pripustu na velikost gnezda

Na farmi so preizkušali vpliv starosti mladic ob pripustu na število živorojenih pujskov v gnezdu (pregl. 2.12). Preizkus so izvedli v dveh mesecih. Vključili so mladičice dveh genotipov in jih razdelili v štiri skupine: skupina A je bila kontrolna skupina (brez materiala za zaposlitev), skupini B smo v jasli dodajali slamo, skupini C seno, skupino D pa smo zaposlili z obešenimi verigami.

Naloga 60:

Izračunajte osnovno statistiko!

a) Povprečje in standardno napako povprečja za starost ob pripustu in število živorojenih pujskov v gnezdu!

b) Kovarianco med starostjo ob pripustu in številom živorojenih pujskov v gnezdu!

c) Regresijski koeficient, ki pojasni vpliv starosti ob pripustu na število živorojenih pujskov v gnezdu!

d) Korelacijo med starostjo ob pripustu in številom živorojenih pujskov v gnezdu!

Naloga 61:

Narišite porazdelitve za število živorojenih, izgubljenih in odstavljenih pujskov!

Naloga 62:

Obdelajmo najprej število živorojenih pujskov!

Tabela 2.13: Poreklo pri kuncih za meritve v preglednici 2.12

Poreklo A			Poreklo B			Poreklo C		
Žival	Mati	Oče	Žival	Mati	Oče	Žival	Mati	Oče
1	13	-	1	13	-	1	19	-
2	13	-	2	13	-	2	19	-
3	10	16	3	10	16	3	10	16
4	10	16	4	10	16	4	10	16
5	12	16	5	12	16	5	12	16
6	12	16	6	12	16	6	12	16
7	13	14	7	13	14	7	19	14
8	13	14	8	13	14	8	19	14
9	13	14	9	13	14	9	13	14
10	12	14	10	12	14	10	12	14
11	12	14	11	12	14	11	12	14
12	-	-	12	-	-	12	-	-
			13	17	18	13	17	18
			14	-	-	14	-	-
			15	-	18	15	-	18
			16	-	-	16	-	-

- a) Navedite odvisne spremenljivke!
- b) Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- c) Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- d) Naštejte vse kvantitativne vplive!
- e) Naštejte vse kvalitativne vplive!
- f) Naštejte vse sistematske vplive!
- g) Naštejte vse naključne vplive!
- h) Naštejte vplive, ki jih bomo v model vključili z regresijo!
- i) Naštejte vplive, ki jih bomo v model vključili kot vplive z razredi!
- j) Naštejte glavne vplive za izbrane lastnosti, jih označite in opišite v skladu z dogovorom!
- k) Napišite vse elemente osnovnega modela za izbrane lastnosti!
- l) V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.
- m) Razvijte možni model za izbrane lastnosti!
- n) Napišite vse elemente možnega modela za izbrane lastnosti!
- o) Izpišite prametre v osnovnem in možnem modelu?
- p) V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.
- q) Kakšna je klasifikacija med glavnimi vplivi z nivoji?
- r) Koliko nivojev ima vpliv živali?
- s) Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
- t) Ali je načrt poskusa optimalen? Utemeljite trditev in predlagajte dopolnitve!

Tabela 2.14: Rast jagnjet v ekološki reji

Č	K	V	S	Zaporedna jagnitev	Jagnje	Mati	Oče	Rojstna masa (kg)	Starost ob odst.	Masa ob odst.
1	1	1	m	mladica	1	14	12	3.2	120	25.2
3	1	2	m	stara ovca	26	25	24	3.5	115	-
1	3	2	z	stara ovca	3	15	12	3.8	115	28.7
2	1	1	z	mladica	4	16	13	3.6	125	24.3
2	1	3	z	stara ovca	5	17	13	4.3	130	24.8
2	2	1	m	mladica	6	18	13	2.8	118	22.5
2	3	1	z	stara ovca	7	19	13	3.7	124	29.2
1	2	3	m	mladica	8	20	12	13.4	115	26.4
1	2	2	z	stara ovca	9	21	12	3.9	114	27.3
1	1	2	m	stara ovca	2	15	12	3.3	117	30.8
1	3	4	z	stara ovca	10	22	12	4.1	114	28.7
1	1	1	m	mladica	11	23	12	3.6	132	27.8

Naloga 63:

Ponovite vajo za število izgubljenih in odstavljenih pujskov v gnezdu!

2.12 Rast jagnjet v ekološki reji

V poskusu smo pri ekoloških rejcih preiskovali dopolnilno krmo za jagnjeta. Podatki so zbrani v preglednici 2.14. Zanimala nas je rast jagnjet v času do odstavitve. Pri tem smo za vsako jagnje zabeležili, katero krmo (K) je dobivalo (1, 2, 3), iz kako velikega gnezda (V) je, spol (S, ženski - z, moški - m), zaporedno jagnjitev kot jagnjitev mladice ali stare ovce, očeta ter starost ob odstavitvi (dni). Jagnjeta smo stehali ob rojstvu ter ob odstavitvi (v kg, na 100g natančno). Jagnjeta so izvirala iz več čred (Č).

Naloga 64:

Izračunajte osnovno statistiko!

- Povprečje in standardno napako povprečja za starost ob pripustu in število živorojenih pujskov v gnezdu!
- Kovarianco med starostjo ob pripustu in številom živorojenih pujskov v gnezdu!
- Regresijski koeficient, ki pojasni vpliv starosti ob pripustu na število živorojenih pujskov v gnezdu!
- Korelacijo med starostjo ob pripustu in številom živorojenih pujskov v gnezdu!

Naloga 65:

Osredotočite se samo na rojstno maso!

- Naštejte glavne vplive, jih označite in navedite osnovne značilnosti!
- Napišite osnovni model v skalarni obliki!
- Določite možne vplive!
- Napišite možni model v skalarni obliki!
- Navedite odvisne spremenljivke!
- Naštejte vse neodvisne spremenljivke!

- g) Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- h) Naštejte vse kvantitativne vplive!
- i) Naštejte vse kvalitativne vplive!
- j) Naštejte vse sistematske vplive!
- k) Naštejte vse naključne vplive!
- l) Naštejte vplive, ki jih bomo v model vključili z regresijo!
- m) Naštejte vplive, ki jih bomo v model vključili kot vplive z razredi!
- n) Naštejte glavne vplive za izbrane lastnosti, jih označite in opišite v skladu z dogovorom!
- o) Napišite vse elemente osnovnega modela za izbrane lastnosti!
- p) V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.
- q) Razvijte možni model za izbrane lastnosti!
- r) Napišite vse elemente možnega modela za izbrane lastnosti!
- s) Izpišite parametre v osnovnem in možnem modelu?
- t) V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.
- u) Kakšna je klasifikacija med glavnimi vplivi z nivoji?
- v) Koliko nivojev ima vpliv živali?
- w) Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
- x) Ali je načrt poskusa optimalen? Utemeljite trditev in predlagajte dopolnitve!

Naloga 66:

Ponovite maso za odstavitveno maso!

Naloga 67:

Ponovite vajo za dvolastnostno analizo za rojstno in odstavitveno maso!

2.13 Delež tolšče v mleku

Želeli smo proučiti vplive na delež maščob v mleku pri 240 kravah treh pasem. Meritve smo opravili pri 10 rejcih, ki so imeli le po eno pasmo. Rejcem smo sestavili 3 krmne mešanice (kontrolno, mešanico z več beljakovinami in mešanico z več energije). Na vsaki kmetiji smo živali razdelili v 3 skupine in jih ločeno krmili s temi mešanicami. Ugotovili smo, da imata količina mleka in dan laktacije velik vpliv na delež maščob mleku. Živali smo spremljali celo laktacijo.

Naloga 68:

Razvijte model za delež tolšče v mleku!

- a) Naštejte glavne vplive in jih opišite!

- b) Napišite osnovni model (vse elemente)!
- c) Naštejte glavne vplive, jih označite in navedite osnovne značilnosti!
- d) Napišite osnovni model v skalarni obliki!
- e) Določite možne vplive!
- f) Napišite možni model v skalarni obliki!
- g) Navedite odvisne spremenljivke!
- h) Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- i) Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- j) Naštejte vse kvantitativne vplive!
- k) Naštejte vse kvalitativne vplive!
- l) Naštejte vse sistematske vplive!
- m) Naštejte vse naključne vplive!
- n) Naštejte vplive, ki jih bomo v model vključili z regresijo!
- o) Naštejte vplive, ki jih bomo v model vključili kot vplive z razredi!
- p) Naštejte glavne vplive za izbrane lastnosti, jih označite in opišite v skladu z dogovorom!
- q) Napišite vse elemente osnovnega modela za izbrane lastnosti!
- r) Razvijte in napišite možni model v skalarni obliki!
- s) Določite število parametrov in število stopinj prostosti za posamezen vpliv, model v celoti in ostanek!
- t) Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!

2.14 Količina in kakovost semena pri merjascih

V poskusu smo spremljali količino in kakovost semena (preglednica 2.15) pri merjascih genotipov 11, 22, 33, 44, 55 in 54. Poskus smo izvedli na treh osemenjevalnih središčih (OS). Vsi so imeli oba maternalna genotipa in hibrid 54, vendar le po eno terminalno pasmo. Tako smo skupaj imeli 80 merjascev. V središčih so merjasce krmili z enako krmno mešanico. Spremljali smo razlike po tednih in merili temperaturo ter vlago okolja v času odvzema semena. V vsakem tednu smo merjascu odvzeli seme le enkrat. Za merjasca smo imeli tudi podatke o starših in datumu rojstva.

Tabela 2.15: Količina in kakovost semena pri merjascih

OS	Genotip	D ^o merjasca	Datum odvzema	Čas	Temp. (°C)	Vlaga (%)	Količina semena (ml)	Gostota (%)
1	11	31-678-2	2009-3-2	8:00	-10	50		
1	11	31-678-2	2009-3-9	8:30	-10	50		
1	11	31-678-2	2009-3-16	8:15	17	50		
2	11	40-376-11	2009-3-2	7:30	17	70		
2	11	40-376-11	2009-3-9	7:45	2	70		
2	11	40-376-11	2009-3-16	8:45	1	70		
3	11	04-1254-7	2009-3-2	8:00	-10	52		
1	22	30-2373-2	2009-3-2	8:30	-10	52		
2	22	30-2373-3	2009-3-2	8:15	17	52		
3	22	01-763-4	2009-3-2	7:30	17	70		
1	33	01-3256-43	2009-3-2	7:45	2	70		
2	44	30-768-17	2009-3-2	8:45	1	70		
3	55	40-3455-6	2009-3-2	8:00	-10	52		
1	54	40-3455-15	2009-3-2	8:30	-10	52		
2	54	40-3455-17	2009-3-2	8:15	17	52		
3	54	40-3456-12	2009-3-2	7:30	17	70		
3	54	30-4378-2	2010-10-4	8:45	1	70		

Naloga 69:

Izračunajte osnovno statistiko!

- Povprečje in standardno napako povprečja za starost ob pripustu in število živorojenih pujskov v gnezdu!
- Kovarianco med starostjo ob pripustu in številom živorojenih pujskov v gnezdu!
- Regresijski koeficient, ki pojasni vpliv starosti ob pripustu na število živorojenih pujskov v gnezdu!
- Korelacijo med starostjo ob pripustu in številom živorojenih pujskov v gnezdu!

Naloga 70:

Razvijte model za količino semena!

- Naštejte neodvisne spremenljivke!
- Naštejte glavne vplive, jih označite in opišite!
- Ali lahko preverimo vpliv starosti merjasca na lastnosti semena?
- Kakšna je klasifikacija med genotipom in osemenjevalnim središčem?
- Navedite kvantitativne vplive in jih označite!
- Poiščite možne vplive in napišite enačbo možnega modela v skalarni obliki!
- Kaj nam pove podatek, da je koeficient determinacije 79%?
- Navedite odvisne spremenljivke!
- Določite število parametrov in število stopinj prostosti za posamezen vpliv, model v celoti in ostanek! Vajo naredite za osnovni in možni model!

Tabela 2.16: Podatki iz preizkusa izgube telesne mase kunk v času laktacije

Leto	Hlev	Zap. kotitev	Sa- mica	Lakt. (dni)	Štev. mlad.	T e l e s n a m a s a (g)	
						po kotitvi	ob odstavitvi
I	1	1	1	35	6	3800	3600
II	2	1	2	40	9	4000	3700
I	2	2	3	40	9	4200	4000
II	2	3	3	35	10	4500	4100
I	1	3	4	36	8	4200	3900
II	1	2	5	35	8	4300	4100
II	3	3	6	42	10	4400	3900

2.15 Izguba telesne mase kunk

V več hlevih so pri kuncih preverjali izgubo telesne mase kunk v času laktacije (). Preizkus so izvajali dve leti. Pri samicah so zabeležili starše, zaporedno kotitev, število mladičev v gnezdu, telesno maso po kotitvi in ob odstavitvi. Ista samica je ostajala v istem hlevu, imela pa je praviloma več kotitev, izmenjava samcev pa je bila v navadi. Meritve smo opravili pri 5500 kotitvah.

Naloga 71:

Izračunajte osnovno statistiko!

- Povprečje in standardno napako povprečja za starost ob pripustu in število živorojenih pujskov v gnezdu!
- Kovarianco med starostjo ob pripustu in številom živorojenih pujskov v gnezdu!
- Regresijski koeficient, ki pojasni vpliv starosti ob pripustu na število živorojenih pujskov v gnezdu!
- Korelacijo med starostjo ob pripustu in številom živorojenih pujskov v gnezdu!

Naloga 72:

Za to nalogo uporabite podatke iz preglednice 2.16 in poreklo A iz preglednice 2.17

- Napišite model za telesno maso ob kotitvi v skalarni obliki, kjer vključite leto, zaporedno kotitev, dolžino laktacije in število mladičev kot sistematske vplive, skupno okolje v hlevu in aditivni genetski vpliv pa sta naključna vpliva v modelu! Za neodvisne spremenljivke lahko uporabite le linearno regresijo.
- Preverite, če je možna interakcija med letom in zaporedno kotitvijo? Če je odgovor pozitiven, jo tudi označite. Utemeljite odgovor!
- Preverite, če je možna interakcija med dolžino laktacije in številom mladičev? Če je odgovor pozitiven, jo tudi označite. Utemeljite odgovor!
- Izvednotite varianci za telesni masi po kotitvi in ob odstavitvi in kovarianco med njima!
- Nastavite matriko sorodstva med živalmi! **Zapišite tudi ničelne elemente!**

2.16 Vpliv dodatka na rast prašičev v vzreji in pitanju

Na farmi so preizkušali vpliv vrste in količine krmnega dodatka na rast prašičev v vzreji in predpitanju. Preizkus so izvedli v dveh sezonah. Podatkov so pridobili več (okrog 1000 meritev), vendar bomo za delo uporabili le tiste, navedene v spodnji preglednici.

Tabela 2.17: Poreklo pri kuncih za meritve v preglednici 2.16

Poreklo A			Poreklo B			Poreklo C		
Žival	Mati	Oče	Žival	Mati	Oče	Žival	Mati	Oče
1	-	7	1	-	7	1	-	7
2	9	7	2	9	7	2	9	7
3	10	8	3	10	8	3	10	8
4	1	8	4	1	8	4	1	8
5	10	-	5	10	-	5	10	-
6	1	5	6	1	5	6	1	5
7	11	-	7	11	-	7	11	-
8	-	-	8	-	-	8	12	-
9	-	-	9	-	5	9	-	5
10	-	-	10	10	-	10	10	-
11	-	-	11	-	-	11	12	-
						12	-	-

Tabela 2.18: Podatki iz preizkusa učinka dodatka pri prašičih

Sezona	Vrsta dodatka	Količina (mg)	Gnezdo	Žival	Mati	Oče	Telesna masa na koncu (kg)		
							vzreje	predpitanja	pitanja
I	A	40	1	1	9	7	37.0	61.5	115
II	A	60	1	2	9	7	45.0	67.0	121
I	B	30	2	3	10	8	30.0	53.0	108
II	B	50	3	4	1	5	42.0	59.0	116
I	B	60	2	5	10	8	37.5	50.0	105
II	B	30	3	6	1	5	30.5	45.5	90

Naloga 73:

a) Napišite model za telesno maso ob koncu predpitanja v skalarni obliki, kjer vključite sezono in vrsto dodatka kot sistematska vpliva z nivoji, količino dodatka opišite s kvadratno regresijo, gnezdo in aditivni genetski vpliv pa sta naključna vpliva v modelu!

b) Preverite, če je možna interakcija med sezono in vrsto dodatka? Če je odgovor pozitiven, jo tudi označite. Utemeljite odgovor!

c) Preverite, če je možna interakcija med vrsto dodatka in količino? Če je odgovor pozitiven, jo tudi označite. Utemeljite odgovor!

d) Izvrednotite varianci za telesni masi na koncu vzreje in predpitanja in kovarianco med njima!

e) Nastavite matriko sorodstva med živalmi! Če koeficienta sorodstva (deleža genov) ne znate določiti, vsaj nakažite tiste elemente matrike, ki so od nič različni. **Zapišite tudi ničelne elemente.**

Naloga 74:

Tudi v tej nalogi bomo uporabili podatke iz preglednice 2.18. Obe telesni masi bomo obdelali hkrati z dvolastnostnim modelom. V model smo vključili vpliv sezone, vrste in količine dodatka, skupno okolje v gnezdu in žival. Oznake so v skladu z dogovorom. Privzemite, da je model pravi!

$$y_{ijkl} = \mu_t + S_{ii} + V_{tj} + SV_{ij} + b_{tj}(x_{ijkl} - 40) + g_{ijk} + a_{ijkl} + e_{ijkl} \quad [2.3]$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_g\mathbf{u}_g + \mathbf{Z}_a\mathbf{u}_a + \mathbf{e} \quad [2.4]$$

a) Ustrezno opišite enačbo modela v skalarni obliki!

Tabela 2.19: Rast pujskov in tekačev

Leto	Krma	Velikost gnezda	Gnezdo	Pujsek	Spol	Mati	Oče	Masa pujska (kg)		Tekachi	
								rojstvo	odstav.	masa (kg)	starost (dni)
2010	K	10	1	1	ž	9	7	1.8	10.3	35.5	89
2010	K	10	1	2	m	9	7	1.5	10.0	30.0	89
2010	K	8	2	3	k	4	8	2.0	11.2	33.5	83
2011	H	14	4	6	ž	10	11	1.1	9.6	95.0	83
2011	H	12	3	4	m	6	1	1.2	8.2	27.0	77
2011	H	12	3	5	k	6	1	1.4	10.7	29.0	77

- b)** Dopolnite skalarni model s pričakovano vrednostjo opazovanj in strukturo varianc in kovarianc!
- c)** Napišite vse elemente za dvolastnostni model v matrični obliki!
- d)** Nastavite vse vektorje v modelu!
- e)** Nastavite matrike dogodkov za sistematski del modela!
- f)** Nastavite matrike dogodkov za naključni del modela!
- g)** Predpostavite, da znaša fenotipska varianca za telesno maso ob koncu vzreje 36 kg^2 in 64 kg^2 na koncu predpitanja. Skupno okolje v gnezdu pojasni pri obeh lastnostih četrtino variance, vpliv živali pa šestino za prvo telesno maso in samo devetino za drugo telesno maso. Korelacija med meritvama je 0.3 za skupno okolje v gnezdu, 0.6 za vpliv živali in -0.1 za ostanke. Spodnjim matrikam določite red, izračunajte komponente varianc in kovarianc in dopolnite matrike:
- $$\mathbf{G}_{g0} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{a0} = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$
- h)** Izpeljite strukturo fenotipske variance v matrični obliki!
- i)** Nastavite matriko varianc in kovarianc za skupno okolje v gnezdu!
- j)** Nastavite matriko varianc in kovarianc za vpliv živali!
- k)** Nastavite matriko varianc in kovarianc za ostanek!
- l)** Nastavite matriko sorodstva !
- m)** Predstavite matrike varianc in kovarianc v tem modelu z direktno vsoto ali Kronecker produktom!
- n)** Vzemite, da imata živali istega očeta, a različno mater, zato sta tudi iz različnega gnezda. Izvrednotite: $cov(y_{ijkl}, y_{ijk'l'}) =$
- o)** Vzemite, da imata živali istega očeta, isto mater in sta tudi iz istega gnezda. Izvrednotite: $cov(y_{ijkl}, y_{ijk'l'}) =$
- p)** Vzemite, da imata živali istega očeta in isto mater, a sta iz različnega gnezda. Izvrednotite: $cov(y_{ijkl}, y_{ijk'l'}) =$

2.17 Rast pujskov in tekačev

2.17.1 Brez manjkajočih vrednosti

V preglednici 2.19 je načrt krmnega poskusa pri prašičih. Hkrati smo želeli preizkusiti vpliv velikosti gnezda (število živorojenih pujskov v gnezdu) na rast prašičev. Prašiče smo tehtali ob rojstvu, odstavitvi in na koncu vzreje (tekače). Poskus je potekal dve leti na eni farmi. Iz gnezda smo v poskusu zadržali vse pujske, a upoštevajte samo tiste, ki so navedeni v tabeli 1. Za namen poskusa so bili pujski so bili odstavljeni pri isti starosti (35 dni).

Obdelali bomo maso pri odstavitvi in maso tekačev z dvolastnostnim modelom. V model smo vključili vpliv leta, število živorojenih pujskov v gnezdu, skupno okolje v čredi (rejec) in žival. Oznake so v skladu z dogovorom. Privzemite, da je model pravilen!

$$y_{ijk} = \mu_t + L_{ti} + b_{tI} (x_{ijk} - 10) + b_{tII} (x_{ijk} - 10)^2 + g_{tj} + a_{ijk} + e_{ijk} \quad [2.5]$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_g\mathbf{u}_g + \mathbf{Z}_a\mathbf{u}_a + \mathbf{e} \quad [2.6]$$

Naloga 75

- a) Ali je v tabeli tudi osamelec? Kako bi ravnali z njim pri nadaljnjih analizah?
- b) Koliko opazovanj imamo po živali?
- c) Izvrednotite $cov(y_{1ijk}, y_{2ijk}) = !$
- d) Ali bi lahko v model pri obeh lastnostih vključili tudi starost ob tehtanju?
- e) Nastavite vektor parametrov za sistematske vplive!
- f) Nastavite vektor parametrov za naključne vplive!
- g) Nastavite vektor ostankov!
- h) Nastavite vektor opazovanj!
- i) Nastavite matriko dogodkov za sistematske vplive!
- j) Nastavite matrike dogodkov za naključne vplive!
- k) Nastavite matriko dogodkov za vpliv skupnega okolja v čredi!
- l) Nastavite matriko dogodkov za aditivni genetski vpliv!

Naloga 76

V tej nalogi boste natančno prikazali strukturo varianc in kovarianc za model 2.5 (skalarni zapis) in 2.7. Pri izračunu komponent variance smo dobili naslednje rezultate:

$$\mathbf{G}_{g0} = \begin{bmatrix} 6.00 & 4.75 \\ & 38.44 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{a0} = \begin{bmatrix} 7.00 & -0.24 \\ & 94.09 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} 11.00 & 2.78 \\ & 156.25 \end{bmatrix}$$

- a) V matrikah manjkajo elementi v spodnjem levem kotu matrike. Popolnite matrike varianc in kovarianc!
- b) Kaj predstavlja $var(\mathbf{u}_g)$? Nastavite matriko in vsem elementom določite vrednosti!
- c) Izvrednotite $var(\mathbf{y}) = !$
- d) Izvrednotite $var(\mathbf{y}|\mathbf{u}_a) =$
- e) Nastavite matriko varianc in kovarianc za vpliv živali!
- f) Nastavite matriko varianc in kovarianc za ostanek!
- g) Nastavite matriko varianc in kovarianc za aditivni genetski vpliv!
- h) Nastavite matriko varianc in kovarianc za skupno okolje v gnezdu!
- i) Predstavite matrike varianc in kovarianc iz prejšnjih alinej z direktno vsoto ali Kronecker produktom!
- j) Prikažite strukturo fenotipske variance v matrični obliki!

k) Izvrednotite $cov(\mathbf{y}, \mathbf{u}'_a \mathbf{Z}'_a) =$

l) Izvrednotite $cov(\mathbf{Z}_g \mathbf{u}_g + \mathbf{Z}_a \mathbf{u}_a, \mathbf{y}') =$

m) Izvrednotite $cov(\mathbf{Z}_g \mathbf{u}_g + \mathbf{Z}_a \mathbf{u}_a, \mathbf{y}' | \mathbf{u}_a) =$

n) Vzemite, da sta živali oče in sin. Izvrednotite: $cov(y_{1ijk}, y_{2ijk'}) =$

o) Vzemite, da sta živali oče in sin. Izvrednotite: $cov(y_{1ijk}, y_{2ijk'} | a_{1ijk}, a_{2ijk'}) =$

Naloga 77

$$y_{ijk} = \mu_t + L_{ti} + b_{tI} (x_{ijk} - 1.5) + b_{tII} (x_{ijk} - 1.5)^2 + g_{ij} + a_{tijk} + e_{tijk} \quad [2.7]$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_g \mathbf{u}_g + \mathbf{Z}_a \mathbf{u}_a + \mathbf{e} \quad [2.8]$$

V tej nalogi boste natančno prikazali strukturo varianc in kovarianc za enačbo modela 2.7 v skalarni obliki in 2.8 v matrični obliki. Pri izračunu komponent (ko)variance smo dobili naslednje rezultate. Varianca za ostanek znaša 11.00 kg^2 za odstavitveno maso in 156.25 kg^2 za maso tekačev, kovarianca za ostanek znaša 2.78 kg^2 . Matriki varianc in kovarianc za skupno okolje v gnezdu in aditivni genetski vpliv sta naslednji:

$$\mathbf{G}_{g0} = \begin{bmatrix} 6.00 & -4.75 \\ & 38.44 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{a0} = \begin{bmatrix} 7.00 & 10.24 \\ & 94.09 \end{bmatrix},$$

a) V matrikah manjkajo elementi v spodnjem levem kotu matrike. Popolnite matrike varianc in kovarianc!

b) Izračunajte heritabiliteti za obe lastnosti in genetsko korelacijo med njima!

c) Nastavite matriko varianc in kovarianc za aditivni genetski vpliv!

d) Nastavite matriko varianc in kovarianc za ostanek!

e) Predstavite matrike varianc in kovarianc iz prejšnjih alinej z direktno vsoto ali Kronecker produktom!

f) Izvrednotite $cov(\mathbf{y}, \mathbf{u}'_a \mathbf{Z}'_a) =!$

g) Izvrednotite $cov(\mathbf{Z}_g \mathbf{u}_g + \mathbf{Z}_a \mathbf{u}_a, \mathbf{y}') =!$

h) Izvrednotite $cov(\mathbf{Z}_g \mathbf{u}_g + \mathbf{Z}_a \mathbf{u}_a, \mathbf{y}' | \mathbf{u}_g) =!$

i) Vzemite, da sta živali ded in vnuk. Izvrednotite: $cov(y_{1ijk}, y_{1ijk}) =!$

j) Izvrednotite $var(\mathbf{y}) =!$ Kaj predstavlja?

k) Nastavite vektor parametrov za sistematske vplive!

l) Nastavite vektor parametrov za naključne vplive!

m) Nastavite vektor opazovanj in vektor ostankov!

n) Nastavite matriko dogodkov za sistematske vplive!

o) Nastavite matrike dogodkov za naključne vplive!

p) Nastavite matriko dogodkov za vpliv skupnega okolja v gnezdu!

Tabela 2.20: Podatki preizkusa

Leto	Rejec	Št.živ.puj. v gnezdu	Gnezdo	Pujsek	Mati	Oče	Masa pujska ob rojstvu (kg)	Masa pujska ob odstavitvi (kg)	masa (kg)	Tekači starost (dni)
2010	K	10	1	1	9	7	1.8	11.3	35.5	89
2010	K	10	1	2	9	7	1.5	10.5	30.0	89
2011	K	8	2	3	4	8	2.0	12.7	33.5	82
2010	H	14	4	6	10	11	1.1	-	-	
2011	H	12	3	4	6	1	1.2	9.2	27.0	77
2011	H	12	3	5	6	1	1.4	10.7	29.0	77

2.17.2 Z manjkajočimi vrednostmi

V preglednici 2.20 je načrt krmnega poskusa pri prašičih. Želeli smo preizkusiti tudi vpliv velikosti gnezda na rast prašičev. Prašiče smo tehtali ob rojstvu, odstavitvi in na koncu vzreje (tekače). Poskus je potekal dve leti pri dveh rejcih. Iz gnezda smo v poskusu zadržali vse pujske, a upoštevajte samo tiste, ki so navedeni v tabeli 1. Za namen poskusa so bili pujski so bili odstavljeni pri isti starosti (32 dni).

Obdelali bomo maso ob rojstvu, odstavitvi in ob koncu vzreje s trolastnostnim modelom. V model smo vključili vpliv leta, število živorojenih pujskov v gnezdu, skupno okolje v čredi (rejec) in žival. Oznake so v skladu z dogovorom. Privzemite, da je model pravilen!

$$y_{ijk} = \mu_t + L_{it} + b_{tI} (x_{ijk} - 10) + b_{tII} (x_{ijk} - 10)^2 + r_{tj} + Lr_{tj} + a_{ijk} + e_{ijk} \quad [2.9]$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_r\mathbf{u}_r + \mathbf{Z}_{Lr}\mathbf{u}_{Lr} + \mathbf{Z}_a\mathbf{u}_a + \mathbf{e} \quad [2.10]$$

Naloga 78:

- Kaj pomeni Lr_{tj} ?
- Ali bi lahko v model pri obeh lastnostih vključili tudi starost ob tehtanju?
- Nastavite vektor parametrov za sistematske vplive in vektor plemenskih vrednosti!
- Nastavite vektor parametrov za sistematske vplive in vektor plemenskih vrednosti!
- Nastavite matriko dogodkov za sistematske vplive!
- Nastavite matriko dogodkov za vpliv skupnega okolja v čredi!

Naloga 79:

V tej nalogi boste natančno prikazali strukturo varianc in kovarianc za model 2.9 v skalarni obliki in 2.10 v matrični obliki. Pri izračunu komponent variance smo dobili naslednje rezultate:

$$\mathbf{G}_{r0} = \begin{bmatrix} 0.90 & 0.25 & 1.20 \\ & 6.00 & 4.75 \\ & & 38.44 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{lr0} = \begin{bmatrix} 0.40 & 0.30 & 2.30 \\ & 3.00 & 4.75 \\ & & 20.44 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{a0} = \begin{bmatrix} 0.35 & 0.46 & 3.50 \\ & 7.00 & -0.24 \\ & & 94.09 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.80 & 0.00 \\ & 8.00 & 2.78 \\ & & 136.25 \end{bmatrix}$$

- V matrikah manjkajo elementi v spodnjem levem kotu matrike. Popolnite matrike varianc in kovarianc!
- Kaj predstavlja $\text{var}(\mathbf{u}_{1r})$? Nastavite matriko in vsem elementom določite vrednosti!
- Kaj predstavlja $\text{var}(\mathbf{u}_r)$? Nastavite matriko in vsem elementom določite vrednosti!

- d) Nastavite matriko varianc in kovarianc za vpliv živali!
- e) Nastavite matriko varianc in kovarianc za vpliv interakcije med letom in rejcem!
- f) Nastavite matriko varianc in kovarianc za ostanek!
- g) Nastavite matriko varianc in kovarianc za skupno okolje pri rejcu!
- h) Predstavite matrike varianc in kovarianc iz prejšnjih alinej z direktno vsoto ali Kronecker produktom!
- i) Izvrednotite $cov(y_{1ijk}, y_{2ijk}) =!$
- j) Izvrednotite $var(\mathbf{y}) =!$
- k) Izvrednotite $cov(\mathbf{y}, \mathbf{u}'_r) =!$
- l) Vzemite, da sta živali iz različnega gnezda, a imata oba starša ista. Izvrednotite: $cov(y_{1ijkl}, y_{2ijkl'}) =!$

Naloga 80:

V tej nalogi se bomo uporabili podatke iz preglednice 2.20 in za model 2.9 v skalarni obliki in 2.10 v matrični obliki. Pri izračunu komponent variance smo dobili naslednje rezultate:

$$\mathbf{G}_{r0} = \begin{bmatrix} 0.588 & 0.84 & -0.70 \\ & 6.00 & 4.75 \\ & & 38.44 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{Lr0} = \begin{bmatrix} 0.196 & 0.22 & -0.40 \\ & 1.00 & 0.06 \\ & & 1.44 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{a0} = \begin{bmatrix} 0.490 & 1.12 & -10.21 \\ & 7.00 & -0.24 \\ & & 94.09 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} 0.686 & 2.45 & 17.12 \\ & 11.00 & 2.78 \\ & & 156.25 \end{bmatrix}$$

- a) V matrikah manjkajo elementi v spodnjem levem kotu matrike. Popolnite matrike varianc in kovarianc!
- b) Napišite enačbo, s katero v tem modelu ocenimo heritabiliteto!
- c) Kaj predstavlja $var(\mathbf{u}_{Lr})$! Nastavite matriko in vsem elementom določite vrednosti!
- d) Izračunajte genetsko korelacijo med prvo in tretjo lastnostjo! Kaj pomeni?
- e) Izračunajte korelacijo za skupno okolje v čredi med drugo in tretjo lastnostjo! Kaj pomeni?
- f) Izračunajte heritabilitete za vse tri lastnosti!
- g) Prikažite (simbolično) strukturo matrike genetskih varianc in kovarianc v matrični obliki! Obrazložite oznake!
- h) Nastavite matriko varianc in kovarianc za skupno okolje v čredi?
- i) Nastavite matriko varianc in kovarianc za vpliv živali!
- j) Nastavite matriko varianc in kovarianc za ostanek!
- k) Nastavite matriko fenotipskih varianc in kovarianc!
- l) Vzemite, da imata živali istega očeta in sta iz različnih čred (tudi materi sta različni). Izračunajte vrednost naslednje kovariance: $cov(y_{2ijk}, y_{3ij'k'}) =!$

2.17.3 Vpliv velikosti gnezda na rast sesnih pujskov

Na farmi so preverjali vpliv velikosti gnezda na rojstno in odstavitveno maso (preglednica 2.21). Preizkus so izvedli v dveh zaporednih letih. Podatkov so pridobili več (okrog 1000 meritev), vendar bomo za delo uporabili le tiste, navedene v spodnji preglednici. Živali so pravilno označene, zato oznak ne spreminjajte!

Tabela 2.21: Vpliv velikosti gnezda na rast sesnih pujskov

Sezona	Rejec	Št.živ.puj. v gnezdu	Gnezdo	Pujsek	Mati	Oče	Masa pujska ob rojstvu (kg)	Masa pujska ob odstavitvi (kg)
200801	I	10	1	1	9	7	1.8	11.3
200801	I	10	1	2	9	7	1.5	10.5
200902	I	9	2	3	4	8	2.0	12.7
200801	H	15	4	6	10	11	1.1	-
200902	H	14	3	4	6	1	1.2	9.2
200902	H	14	3	5	6	1	1.4	10.7

Naloga 81:

a) Napišite model za maso pujskov ob rojstvu v skalarni obliki, kjer vključite sezono kot sistematski vpliv z nivoji, število živorojenih pujskov v gnezdu opišite s kvadratno regresijo, skupno okolje v čredi (rejec) in v gnezdu (gnezdo) in aditivni genetski vpliv pa so naključni vplivi v modelu!

b) Preverite, če je možna interakcija med sezono in rejcem? Če je odgovor pozitiven, jo tudi označite. Utemeljite odgovor!

c) Preverite, če je možna interakcija med gnezdom in živaljo? Če je odgovor pozitiven, jo tudi označite. Utemeljite odgovor

Naloga 82:

Tudi v tej nalogi bomo uporabili podatke iz preglednice 2.21. Obe telesni masi bomo obdelali hkrati z dvolastnostnim modelom. V model smo vključili vpliv sezone, rejca, število živorojenih pujskov v gnezdu, skupno okolje v gnezdu in žival. Oznake so v skladu z dogovorom. Privzemite, da je model pravi!

$$y_{tijk} = \mu_t + S_{ti} + R_{tj} + b_{tI} (x_{tijk} - 10) + b_{tII} (x_{tijk} - 10)^2 + g_{tijk} + a_{tijk} + e_{tijk} \quad [2.11]$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_g\mathbf{u}_g + \mathbf{Z}_a\mathbf{u}_a + \mathbf{e} \quad [2.12]$$

a) Kaj pomeni indeks t ?

b) Predstavite strukturo fenotipske variance!

c) Ali je model linearen, pogojno linearen ali nelinearen? Utemeljite!

d) Izvrednotite $E(\mathbf{y})$! Kaj je to?

e) Izvrednotite $var(\mathbf{y})$! Kaj je to?

f) Nastavite vse vektorje v modelu!

g) Nastavite matriko dogodkov za sistematske vplive!

h) Nastavite matriko dogodkov za vpliv skupnega okolja v čredi!

i) Nastavite matriko dogodkov za vpliv živali!

Naloga 83:

V tej nalogi boste natančno prikazali strukturo varianc in kovarianc za enačbo modela 2.11 v skalarni obliki in 2.12 v matrični obliki. Pri izračunu komponent variance smo dobili naslednje rezultate:

$$\mathbf{G}_{g0} = \begin{bmatrix} 0.588 & 0.84 \\ & 6.00 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{a0} = \begin{bmatrix} 0.490 & 1.12 \\ & 7.00 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} 0.686 & 2.45 \\ & 11.00 \end{bmatrix}$$

- a) V matrikah manjka element v spodnjem levem kotu. Popolnite matrike varianc in kovarianc!
- b) Kaj predstavlja $var(\mathbf{u}_a)$? Nastavite matriko in vsem elementom določite vrednosti.
- c) Kaj predstavlja $var(\mathbf{u}_{2a})$? Nastavite matriko in vsem elementom določite vrednosti.
- d) Nastavite matriko varianc in kovarianc za vpliv živali!
- e) Nastavite matriko varianc in kovarianc za skupno okolje v gnezdu!
- f) Nastavite matriko varianc in kovarianc za ostanek!
- g) Predstavite matrike varianc in kovarianc iz prejšnjih alinej z direktno vsoto ali Kronecker produktom!
- h) Izpeljite strukturo fenotipske variance!
- i) Kaj predstavlja matrika \mathbf{V} ?
- j) Izvrednotite $cov(\mathbf{y}, \mathbf{u}'_g) = ?$ Kaj predstavlja?
- k) Izvrednotite $cov(\mathbf{y}_1, \mathbf{u}'_{2g}) = ?$ Kaj predstavlja?
- l) Vzemite, da sta živali iz istega gnezda. Izvrednotite: $cov(y_{ijkl}, y_{ijkl'}) = ?$
- m) Vzemite, da sta živali iz istega gnezda. Izvrednotite: $cov(y_{ijkl}, y_{rijkl'}) = ?$

2.18 Ovce

Na kmetiji smo proučevali vpliv vrste in deleža dodanega krmila za breje ovce na težavnost poroda, rojstno maso, pojav prvega sesanja po rojstvu in na rast jagnjet do odbire. Podatkov smo pridobili več (okrog 2000 meritev), vendar bomo za delo uporabili le tiste, navedene v spodnji preglednici.

Tabela 1: Podatki iz preizkusa učinka dodatka pri ovcah

Vrsta dodatka	Delež dod. (%)	Spol	Gnezdo	Jagnje	Ovca	Oven	Težavnost poroda	Rojstna masa(kg)	Čas do 1. ses. (min.)	Masa ob odbiri (kg)
A	15	Ž	3	4	1	5	t	4.0	80	39.0
B	0	M	2	3	9	7	t	2.8	60	33.0
A	10	Ž	1	1	10	8	l	3.5	30	41.5
A	20	M	1	2	10	8	l	4.3	35	47.0
B	20	M	2	5	9	7	l	3.2	20	30.0
B	0	Ž	3	6	1	5	n	2.9	45	25.5

- n) (6 T) Napišite model za čas od rojstva do prvega sesanja v skalarni obliki, kjer vključite spol, vrsto in delež dodatka kot sistematske vplive, skupno okolje v gnezdu in aditivni genetski vpliv pa kot naključne vplive v modelu. Dodatno smo želeli preveriti vpliv težavnosti poroda in vpliv rojstne mase. Delež dodatka opišite s kvadratno regresijo, vpliv rojstne mase pa z linearno.
- o) (2 T) Preverite, če je možna interakcija med težavnostjo poroda in vrsto dodatka? Če je odgovor pozitiven, jo tudi označite. Utemeljite odgovor!
- p) (2 T) Preverite, če je možna interakcija med vrsto dodatka in deležem dodatka? Če je odgovor pozitiven, jo tudi označite. Utemeljite odgovor!
- q) (2 T) Preverite, če je možna interakcija med vplivoma delež dodatka in rojstno maso? Če je odgovor pozitiven, jo tudi označite. Utemeljite odgovor!
- r) (6 T) Izračunajte varianci za rojstno maso in čas do prvega sesanja ter kovarianco med njima!
- s) (4 T) Izračunajte regresijski in korelacijski koeficient med rojstno maso in časom do prvega sesanja!

Naloga 84: (41 T)

Tudi v tej nalogi bomo uporabili podatke iz tabele 1. Obe telesni masi bomo obdelali hkrati z dvolastnostnim modelom. V model smo vključili vpliv spola, vrste in deleža dodatka, skupno okolje v gnezdu (gnezdo) in žival. Oznake so v skladu z dogovorom. Privzemite, da je model pravilen!

$$y_{ijkl} = \mu_t + S_{ii} + V_{ij} + b_{tIj} (x_{ijkl} - 10) + b_{tIIj} (x_{ijkl} - 10)^2 + g_{ijk} + a_{ijkl} + e_{ijkl} \quad [2.13]$$

- a) Je model linearen, pogojno linearen ali nelinearen!
- b) Ustrezno opišite enačbo modela v skalarni obliki!
- c) Napišite vse elemente tega dvolastnostnega modela v matrični obliki!
- d) Nastavite in poimenujte vse vektorje v modelu! Navedite red vektorjev!
- e) Nastavite in poimenujte matrike dogodkov za sistematski del modela! Navedite red matrik!
- f) Nastavite in poimenujte matrike dogodkov za naključni del modela! Navedite red matrik!

Naloga 85:

V tej nalogi bomo uporabili enačbo modela 2.13 v skalarni obliki.

Predpostavite, da znaša **varianca za skupno okolje v gnezdu** za telesno maso 0.09 kg^2 ob rojstvu in 16 kg^2 ob odbiri. Skupno okolje v gnezdu pojasni pri obeh lastnostih četrtno fenotipske variance, vpliv živali pa šestino za prvo telesno maso in petino za drugo telesno maso. Korelacija med meritvama je 0.6 za vpliv živali, 0.6 za skupno okolje v gnezdu in -0.2 za ostanke.

- a) Koliko znaša pričakovana vrednost za skupno okolje v gnezdu in za plemensko vrednost?
- b) Izračunajte fenotipski varianci za obe lastnosti in kovarianco med njima!
- c) Nastavite matriko varianc in kovarianc za ostanek za lastnosti, merjene na isti živali!
- d) Nastavite matriko varianc in kovarianc za skupno okolje v gnezdu za lastnosti, merjene istem v gnezdu!
- e) Izračunajte fenotipska standardna odklona za obe lastnosti!
- f) Izračunajte heritabiliteti za obe lastnosti!
- g) Nastavite matriko genetskih varianc in kovarianc v tem dvolastnostnem modelu!
- h) Pri prvi lastnosti narišite porazdelitev za plemenske vrednosti in nakažite intervale, kjer se nahaja 2.5 % najboljših plemenskih vrednosti! Graf primerno opremite.
- i) Vzemite, da imata živali istega očeta, isto mater in sta tudi iz istega gnezda. Koliko znaša: $cov(y_{2ijkl}, y_{2ijk'l'}) = !$
- j) Vzemite, da sta pri živalih materi sestri, očeta pa neznana. Koliko znaša: $cov(y_{1ijkl}, y_{2ijk'l'}) = !$
- k) Vzemite, da imata živali različnega očeta in isto mater. Živali izhajata iz istega gnezda. Koliko znaša $cov(y_{1ijkl}, y_{1ijk'l'}) = !$
- l) Izračunajte $cov(5y_{2ijkl}, 1/3g_{2ijk} + 1/2a_{2ijkl}|a_{2ijkl}) = !$

Poglavje 3

Vaje iz razumevanja statističnih modelov

3.1 Prašiči na liniji klanja

Uporabili bomo podatke iz preglednice 2.5. Vplive smo označili po dogovorjenem sistemu. Pri odgovorih naj bodo razvidni postopki ali podane utemeljitve!

Naloga 86:

Pri odgovorih izhajajte iz statističnega modela v enačbi 3.1. Obravnavali bomo debelino hrbtne mišice kot odvisno spremenljivko!

$$y = \mu + G + S + Z + GS + b(x - ???) + g + a + e \quad [3.1]$$

- a) Podelite indekse v modelu 3.1 in utemeljite odločitve!
- b) Opišite oznake v enačbi modela v skladu z dogovorom! Vsa morebitna odstopanja morate utemeljiti!
- c) Katero konstanto je najprimerneje odšteti pri neodvisni spremenljivki!
- d) Ali lahko uporabimo konstanto 120?
- e) Napišite še manjkajoče elemente modela!
- f) Katere komponente variance sestavljajo fenotipsko varianco?
- g) Ali imamo v modelu kvantitativni vpliv?
- h) Kateri vplivi v modelu so naključni?
- i) Kateri vplivi v modelu so sistematski?

Naloga 87:

Pri odgovorih izhajajte iz statističnega modela v enačbi 3.2. Obravnavali bomo debelino hrbtne mišice kot odvisno spremenljivko!

$$y_{ijklm} = \mu + G_i + S_j + b_i(x_{ijklm} - \bar{x}) + g_{ik} + a_{ijkl} + e_{ijklm} \quad [3.2]$$

- a) Opišite oznake v enačbi modela v skladu z dogovorom! Vsa morebitna odstopanja morate utemeljiti!
- b) Preverite podeljene indekse v modelu in popravite morebitne napake!
- c) Ali imamo v modelu naključne vplive? Naštejte jih!
- d) V modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Določite rang in red sistema!
- e) Ali ima žival eno ali več meritev za izbrano lastnost? Utemeljite!

- f)** Določite možne vplive! Obvezno prikažite postopek, utemeljite odločitve in označite možne vplive v skladu z dogovorom!
- g)** Ali je možno regresijo ugnezditi znotraj spola?
- h)** Kako so porazdeljeni ostanki?
- i)** Izračunajte vrednost za konstanto \bar{x} iz modela
- j)** Napišite vse elemente možnega modela!
- k)** Napišite hipotezo v skalarni obliki, s katero preizkusimo razlike med genotipi! Kateri test bi uporabili pri preverjanju razlik?
- l)** Napišite hipotezo v skalarni obliki, s katero preizkusite pomen regresije v modelu! Kateri test bi uporabili pri preverjanju hipoteze?
- m)** Napišite hipoteze v skalarni obliki, s katerimi preizkusimo razlike med posameznimi nivoji pri interakcijah v možnem modelu! S katerim testom bi jih preizkusili?

3.2 Vpliv starosti mladic ob pripustu na število živorojenih pujskov v gnezd

Na farmi so preizkušali vpliv starosti mladic ob pripustu na število živorojenih pujskov v gnezd (pregl. 2.12). Preizkus so izvedli v dveh mesecih. Vključili so mladice dveh genotipov in jih razdelili v štiri skupine.

Naloga 88:

Za izhodišče vzemite model za število živorojenih pujskov v gnezd, ki vključuje naslednje vplive: mesec, genotip, skupina in starost ob pripustu. V pomoč si vplive označite in opišite!

- a)** Preverite, če je možna interakcija med mesecem in genotipom!
- b)** Preverite, če je možna interakcija med genotipom in skupino!
- c)** Preverite, če je možna interakcija med mesecem in skupino!
- d)** Ali je možno, da vpliv starosti proučujemo tudi znotraj genotipa?
- e)** Napišite enačbo modela za število živorojenih pujskov, kjer boste vključili mesec, genotip, skupino, starost ob pripustu in vse možne vplive, ki ste jih preverjali pri zgornjih vprašanjih!
- f)** Za model iz prejšnje alineje določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model ter ostanek! Napišite rang in red sistema enačb!
- g)** Razvijte možni in napišite vse elemente možnega modela!

Naloga 89:

Vpliv starosti in mase mladic ob pripustu na število odstavljenih pujskov v gnezd (preglednica 2.12) smo opisali z naslednjim osnovnim modelom (enačba 3.3).

$$y_{ijk} = \mu + M_i + S_j + b_{IS} (x_{Sijk} - x_S) + b_{IS} (x_{Sijk} - x_S)^2 + b_M (x_{Mijk} - x_M) + e_{ijk} \quad [3.3]$$

- a)** Opišite oznake v modelu 3.3 v skladu z dogovorom! morebitna odstopanja morate utemeljiti!
- b)** Dopolnite enačbo modela 3.3 še z drugimi elementi modela!
- c)** Preverite, če je možna interakcija med mesecem in genotipom!

Tabela 3.1: Število prasitev po genotipih in farmah

Genotip Farma	11	22	12	21	Skupaj
A	259	35	453	66	813
B	317	53	598	33	1001
C	422	100	715	219	1456
Skupaj	998	188	1766	318	3270

- d) Preverite, če je možna interakcija med genotipom in skupino!
- e) Preverite, če je možna interakcija med mesecem in skupino!
- f) Ali je možno, da vpliv starosti proučujemo tudi znotraj genotipa?
- g) Za model iz prejšnje alineje določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model ter ostanek! Napišite rang in red sistema enačb!
- h) Razvijte možni model!
- i) Izvrednotite $var(y_{ijk})$!

Naloga 90:

- a) Napišite enačbo modela za število odstavljenih pujskov, kjer boste modelu 3.3 dodali še skupno okolje v gnezdu in aditivni genetski vpliv.
- b) Izpeljite pričakovano vrednost opazovanj v skalarni obliki!
- c) Izpeljite strukturo fenotipske variance v skalarni obliki!
- d) Dokažite, ali obstaja kovarianca med meritvama na 5 in 6 živali!
- e) Dokažite, ali obstaja kovarianca med meritvama na 7 in 8 živali!
- f) Preverite možne interakcije med glavnimi vplivi, utemeljite odločitve in možne interakcije označite skladno z dogovorom!
- g) Ali lahko v model vključimo vpliv starosti mladice znotraj skupnega okolja v gnezdu?

3.3 Velikost gnezda pri prašičih

V poskusu smo na treh farmah spremljali število živorojenih pujskov v gnezdu pri prašičih. V poskusu so bili naslednji genotipi 11, 22, 12 in 21. Pri mladica (prvo gnezdo) se število živorojenih pujskov povečuje s starostjo ob pravitvi, povezavo zadovoljivo opišemo s parabolo. Pri drugem in naslednjih gnezdih (stare svinje) na velikost gnezda vpliva predhodna laktacija (laktacija pred pripustom). Svinja ima od ene do osem prasitev. Svinje, ki niso imele zabeležene prve in druge prasitve, smo izločili iz poskusa. Vse celice v poskusu so zasedene. Izračunali bi radi plemenske vrednosti, zato smo vključili tudi poreklo ter tako dodali 1165 staršev, po dve svinji sta sestri. Skupno okolje v gnezdu, v katerem so živali vzrejene, vpliva na velikost gnezda pri svinjah. Pri današnji nalogi privzemimo predpostavko, da so drugi vplivi nepomembni, ostanki so normalno porazdeljeni, ter neodvisni in identični. Pri morebitnih naključnih vplivih bomo predpostavili običajne predpostavke!

Število prvih prasitev v posameznih skupinah je podano v naslednji preglednici 3.1.

Naloga 91:

Za velikost prvega gnezda (pri mladica) odgovorite na naslednja vprašanja.

- a) Naštejte odvisne spremenljivke!
- b) Naštejte glavne vplive, jih označite in navedite osnovne značilnosti!
- c) Določite možne vplive!
- d) Napišite vse elemente osnovnega in možnega modela v skalarni obliki!
- e) Napišite vse elemente osnovnega in možnega modela v matrični obliki !
- f) Zastavite vse vektorje v modelu, simbolično nakažite prvih pet elementov in navedite njihov red!
- g) Zastavite matrike dogodkov in navedite red matrik!

Naloga 92:

Ponovite vajo za velikost gnezda pri starih svinjah (drugo in naslednja gnezda)!

3.4 Mesnatost po letih in masah toplih klavnih polovic

Naloga 93:

Rezultati naslednjega preizkusa pri prašičih so prikazani na spodnji sliki. Točke predstavljajo povprečja več meritvev. Za obdelavo pa imamo na voljo posamezne meritve.

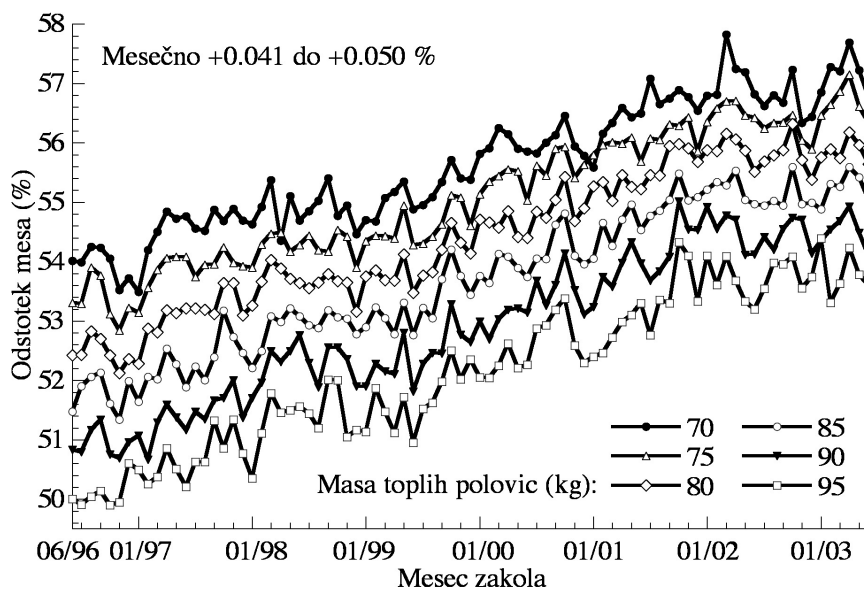
- a) Imenujte odvisno spremenljivko!
- b) Naštejte glavne vplive, jih označite v skladu z dogovorom in opišite osnovne značilnosti!
- c) Napišite primerno enačbo statističnega modela, če slika zadostno opiše podatke!
- d) Za koliko se v povprečju spremeni odvisna spremenljivka po dvanajstih mesecih? Presodite vrednost pri trupih z maso 85 kg!
- e) Za koliko se v povprečju spremeni odvisna spremenljivka, ko se masa toplih polovic poveča za 10 kg? Presodite vrednost na začetku opazovanega obdobja!
- f) Primerno naslovite sliko!
- g) Interpretirajte sliko!

3.5 Vpliv predhodne dolžine laktacije na velikost gnezda pri prašičih

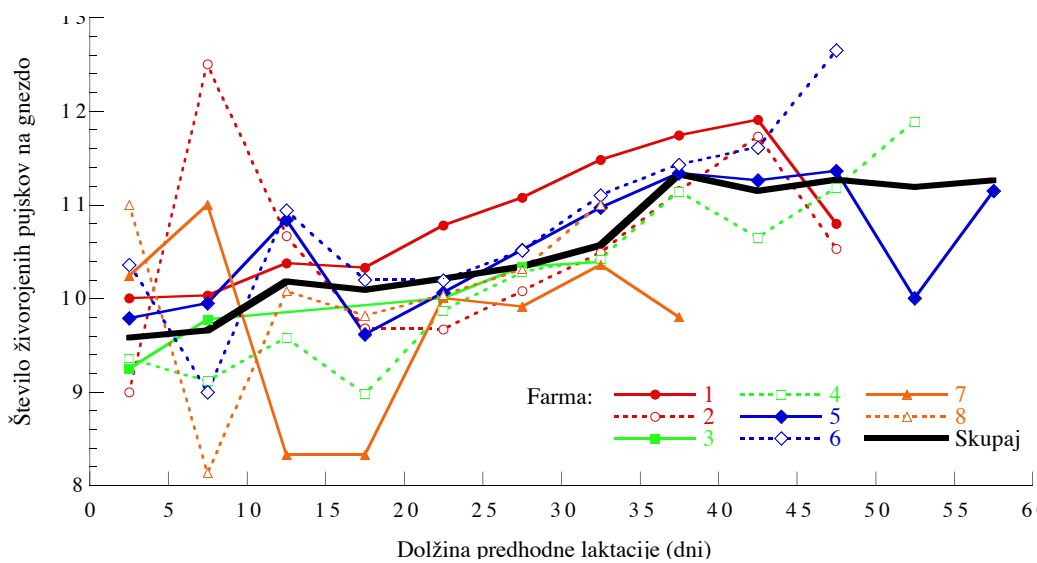
Naloga 94:

Podatki iz poskusa so narisani na sliki 3.2. Kratkim in dolgim laktacij je v rejah malo, zato se ne ozirajte na velika nihanja. Zanimajo nas torej trendi na intervalu med 20. in 40. dnevom laktacije. Za obdelavo podatkov bi se poslužili osnovnega niza podatkov (meritev) in ne izpeljanih povprečij.

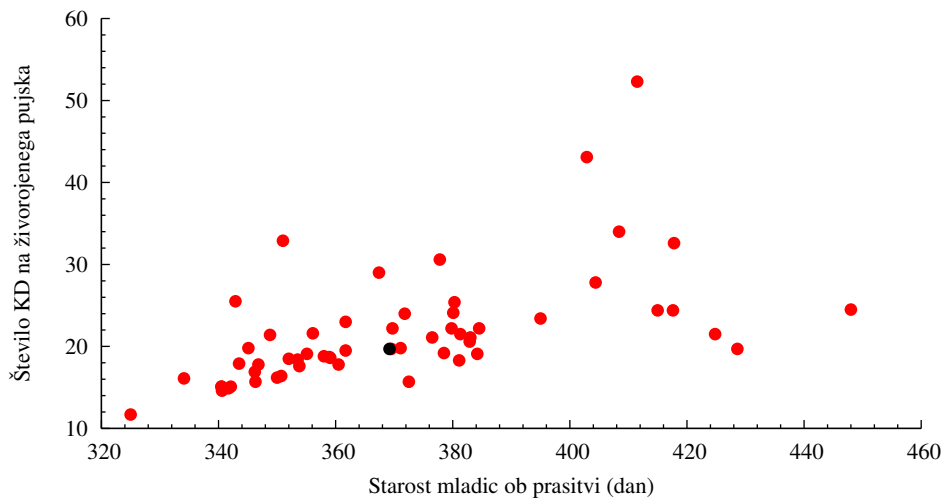
- a) Neodvisne spremenljivke so:
- b) Pojasnjevalne spremenljivke so:
- c) Ali je na sliki katera med točkami (povprečji) zelo verjetni osamelec (obkrožite ga/jih)?
- d) Napišite možni model, s katerim bi obdelali podatke!
- e) Ocenite korelacijo _____ in regresijo _____ med dolžino laktacije in povprečnim številom živorojenih pujskov na gnezdo (za vse farme skupaj, odebeljena linija)!
- f) Interpretirajte sliko!



Slika 3.1: Spreminjanje mesnatosti prašičev na liniji po letih



Slika 3.2: Vpliv dolžine predhodne laktacije na število živorojenih pujskov



Slika 3.3: Vpliv starosti mladic ob prasiatvi na število krmnih dni na živorojenega pujska

3.6 Starost mladic ob prasiatvi in število krmnih dni na živorojenega pujska

Naloga 95:

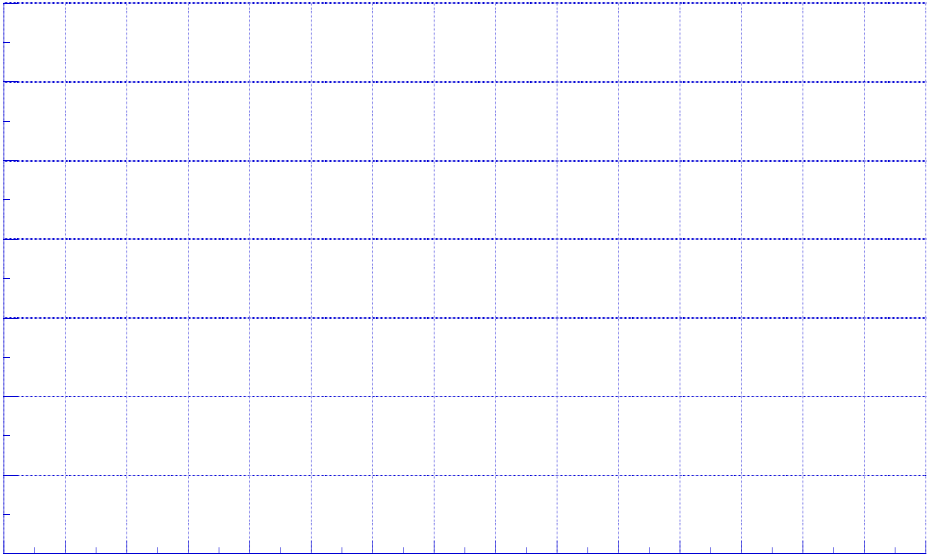
Podatki iz poskusa so zbrani na sliki 3.3. Drugi viri informacij nam ni dostopnih. Točka na sliki predstavlja povprečna rezultata za starost mladic ob prasiatvi in število krmnih dni na živorojenega pujska za posamezno kmetijo. Naša naloga je, da iz informacij na sliki preverimo trend povečevanja stroškov (števila krmnih dni) na živorojenega pujska z ozirom na povečanje povprečne starosti ob prasiatvi.

- a) Določite neodvisne spremenljivke!
- b) Določite vplive!
- c) Imenujte lastnost!
- d) Navedite morebitne kvantitativne vplive!
- e) Navedite morebitne kvalitativne vplive!
- f) Napišite možni model, s katerim bi obdelali podatke in opišite vplive!
- g) Interpretirajte sliko!

3.7 Povezava med maso klavnih polovic in odstotkom mesa

Naloga 96:

Narišite graf, na katerem boste ponazorili vpliv mase klavnih polovic na odstotek mesa pri prašičih. Ugotovili smo, da je bil pri 70 kg odstotek mesa 59 %, pri 100 kg je bil povprečen delež mesa 56 %. V zakol smo sprejemali živali s maso toplih polovic med 50 in 110 kg. Kakšen je bil regresijski koeficient? Kakšen je bil delež mesa pri 85 kg mase toplih polovic?



Poglavje 4

Pričakovane vrednosti in struktura varianc in kovarianc

4.1 Prašiči na liniji klanja - I

Naloga 97:

Za statistični model v enačbi 3.2 izvednotite naslednje pričakovane vrednosti, variance in kovariance!

$$\begin{aligned}
 E(e_{ijklm}) &= & \text{var}(e_{ijklm}) &= \\
 E(a_{ijkl}) &= & \text{var}(a_{ijkl}) &= \\
 E(g_{ik}) &= & \text{var}(g_{ik}) &= \\
 E(y_{ijklm}) &= & \text{var}(y_{ijklm}) &= \\
 E(y_{ijklm} | a_{ijkl}) &= & \text{var}(y_{ijklm} | a_{ijkl}) &= \\
 E(\mu + 4 * P_i + 0.5S_j + g_{ik} + 2a_{ijk}) &= \\
 \text{var}(\mu + 4 * P_i + 0.5S_j + g_{ik} + 2a_{ijk}) &= \\
 \text{cov}(\mu + 4 * P_i + 0.5S_j + g_{ik} + 2a_{ijk}, \mu + 0.5 * P_i + 0.4S_j + g_{ik} + 3a_{ijkl'}) &= \\
 \text{cov}(\mu + 4 * P_i + 0.5S_j + g_{ik} + 2a_{ijk}, \mu + 0.5 * P_i + 0.4S_j + g_{ik} + 3a_{ijkl'} | g_{ik}) &=
 \end{aligned}$$

4.2 Prašiči na liniji klanja - II

Naloga 98:

Izvednotite pričakovane vrednosti in strukturo varianc v naslednjem modelu (enačba 4.1)!

$$y_{ijklm} = \mu + P_i + S_j + b_I(x_{ijklm} - 14) + b_{II}(x_{ijklm} - 14)^2 + g_{ik} + S g_{ijk} + a_{ijkl} + e_{ijklm} \quad [4.1]$$

$$\begin{aligned}
 E(0.5e_{ijklm}) &= & \text{var}(0.5e_{ijklm}) &= \\
 E(3a_{ijkl}) &= & \text{var}(3a_{ijkl}) &= \\
 E(g_{ik} + S g_{ijk} + a_{ijkl}) &= & \text{var}(g_{ik} + S g_{ijk} + a_{ijkl}) &= \\
 E(y_{ijklm}) &= & \text{var}(y_{ijklm}) &= \\
 E(y_{ijklm} | a_{ijkl}) &= & \text{var}(y_{ijklm} | a_{ijkl}) &= \\
 E(y_{ijklm} | S g_{ijk}) &= & \text{var}(y_{ijklm} | S g_{ijk}) &= \\
 \text{cov}(y_{ijklm}, y_{ijklm'}) &= & \text{cov}(y_{ijklm}, y_{ijklm'}) &= \\
 \text{cov}(y_{ijklm}, y_{ijklm'} | g_{ik}) &= & \text{cov}(y_{ijklm}, y_{ijklm'} | S g_{ijk}) &= \\
 \text{cov}(y_{ijklm}, y_{ijklm'} | g_{ik}) &= & \text{cov}(y_{ijklm}, y_{ijklm'} | S g_{ijk}) &=
 \end{aligned}$$

4.3 Namišljeni primeri

Naloga 99:

Izvednotite!

a) $E(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{2i}^2 + e_i) =$

b) $E(A_i + 4B_j + AB_{ij} + \frac{1}{2}a_{ijk} + e_{ijkl}) =$

c) $E(\mu + A_i + B_{ij} + a_{ijk} + e_{ijkl} \mid a_{ijk}) =$

d) $var(A_i + 4B_j + AB_{ij} + \frac{1}{2}a_{ijk} + e_{ijkl}) =$

e) $cov(A_i + 4B_j + AB_{ij} + \frac{1}{2}a_{ijk} + e_{ijkl}, A_i + \frac{1}{2}a_{ijk'} + e_{ijk'l'}) =$

f) $var(\mu + A_i + B_{ij} + a_{ijk} + e_{ijkl} \mid a_{ijk}) =$

g) $var(\mu + P_i + K_j + PK_{ij} + b_1(x_{ijk} - \bar{x}) + b_2(x_{ijk} - \bar{x})^2 + s_{ijk} + e_{ijkl}) =$

h) $var(S_i + K_j + b(x_{ijk} - \bar{x}) + \frac{1}{4}a_{ijk} + e_{ijkl}) =$

i) $cov(\mu + 2V_i + P_{ij} + b(x_{ijk} - \bar{x}) + s_{ijk} + e_{ijkl}, V_i + 0.5s_{ijk} + e_{ijkl}) =$

j) $cov(\mu + 2V_i + P_{ij} + b(x_{ijk} - \bar{x}) + s_{ijk} + e_{ijkl}, 3V_i + s_{ijk} + e_{ijkl} \mid s_{ijk}) =$

4.4 Prašiči na liniji klanja

Vzemimo podatke o prašičih iz linije klanja iz preglednice 2.5 v nalogi ???. V model za debelino hrbtne slanine smo vključili genotip (G_i), spol (S_j), interakcijo med genotipom in spolom in telesno maso (x_{ijk}) pred zakolom. Ostale oznake so skladne z dogovorom. Za vajo določite število nivojev, število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, za model in ostanek. Nato odgovorite še na spodnja vprašanja.

$$y_{ijkl} = G_i + S_j + GS_{ij} + b_i(x_{ijk} - \bar{x}) + a_{ijk} + e_{ijkl} \quad [4.2]$$

Naloga 100:

a) $E(y_{ijkl}) =$

b) $var(y_{ijkl}) =$

c) $E(y_{ijkl} \mid a_{ijk}) =$

d) $var(y_{ijkl} \mid a_{ijk}) =$

e) $cov(y_{ijkl}, a_{ijk}) =$

f) $cov(y_{ijkl}, b_i) =$

Naloga 101:

a) Kovarianca med meritvama na isti živali: $cov(y_{ijkl}, y_{ijk'l'}) =$

b) Kovarianca med meritvama na sorodnih živalih (mati - sin): $cov(y_{ijkl}, y_{ijk'l'}) =$

c) Kovarianca med meritvama na nesorodnih živalih: $cov(y_{ijkl}, y_{ijk'l'}) =$

Naloga 102:

- a) Razčlenite na komponente kovariacijo med meritvama M in S na isti živali!
- b) Razčlenite na komponente kovariacijo med meritvama M na dveh potomcih istega para!
- c) Razčlenite na komponente kovariacijo med meritvama M in S na dveh potomcih istega para!
- d) Razčlenite na komponente kovariacijo med meritvama S na dveh pitancih, ki nimata skupnega očeta, imata pa skupno mater!
- e) Razčlenite na komponente kovariacijo med meritvama S na dveh pitancih, ki nimata skupnih prednikov!
- f) Razčlenite na komponente kovariacijo med meritvama M in S na dveh pitancih, ki nimata skupnih prednikov!
- g) Razčlenite na komponente kovarianco med odebeljenima meritvama (prva vrstica)! (POMOČ: $cov(y_{...}, y_{...}) =$), odvisnim spremenljivkam sami dopolnite indekse glede na osnovni model in izbrani podatek)
- h) Razčlenite na komponente kovarianco med odebeljenima meritvama v poševni pisavi (tretji stolpec)!
- i) S katero najenostavnejšo metodo bi lahko obdelali podatke? Utemeljite!

4.5 Pričakovane vrednosti in struktura varianc v matrični obliki

Vzemimo podatke iz preglednice 2.5. Naredimo vajo za debelino hrbtne mišice! Vzemimo model 4.3, kjer smo vključili spol (S_i), skupina (G_{ij}), hibrid (H_k), masa pred zakolom (x_{ijklm}), skupno okolje v gnezdu (g_{kl}), ki ga določata mati in zaporedna prasitev, ter žival (a_{ijklm}).

$$y_{ijklmn} = \mu + S_i + G_{ij} + H_k + b(x_{ijklm} - \bar{x}) + g_{kl} + a_{ijklm} + e_{ijklmn} \quad [4.3]$$

Zapišimo oba modela v matrični obliki (enačba 4.4 za debelino hrbtne mišice in enačba 4.5 za meritev S)!

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{X}_1\boldsymbol{\beta}_1 + \mathbf{Z}_1\mathbf{u}_1 + \mathbf{e}_1 \quad [4.4]$$

$$\mathbf{y}_2 = \mathbf{X}_2\boldsymbol{\beta}_2 + \mathbf{Z}_2\mathbf{u}_2 + \mathbf{e}_2 \quad [4.5]$$

Naloga 103:

- a) Napišite model še za meritev S, ki naj vsebuje iste vplive! V čem se modela razlikujeta?
- b) Izračunajte kovariance iz preglednice in jim pripišite rezultate, da jih ne bomo kasneje iskali!
- c) Sestavite enačbo za pričakovane vrednosti in prikažite strukturo varianc in kovarianc ločeno za vsako lastnost!
- d) Sestavite enačbo za pričakovane vrednosti in prikažite strukturo varianc in kovarianc skupaj! Naredimo dvolastnostno analizo!
- e) Pri dvolastnostnem modelu splošno obliko enačb še razčlenite, da bodo vidne povezave med lastnostma. Izpolnite naslednji enačbi!

$cov(\mathbf{y}_2, \mathbf{e}'_2) =$
$cov(\mathbf{y}_2, \mathbf{u}'_2) =$
$cov(\mathbf{y}, \mathbf{e}') =$
$cov(\mathbf{y}, \mathbf{u}') =$
$cov(\mathbf{y}, \mathbf{e}'_2) =$
$cov(\mathbf{y}_1, \mathbf{u}'_2) =$
$cov(\mathbf{y}_2, \mathbf{e}'_1) =$
$cov(\mathbf{y}_2, \mathbf{u}'_1) =$
$cov(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}'_2) =$
$cov(\mathbf{y}_2, \mathbf{y}'_1) =$

Naloga 104:

$$E \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{bmatrix} \quad [4.6]$$

Naloga 105:

$$var \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad [4.7]$$

4.6 Utrditev statističnega modela**Naloga 106:**

V tej nalogi bomo uporabili naslednji model:

$$y_{ijkl} = \mu + K_i + S_j + KS + b_{Ij}x_{ijkl} + b_{IIj}x_{ijkl}^2 + h_k + e$$

kjer pomeni:

K = krma, S = sezona, h = čreda, x = začetna masa, $i = 1, 2$; $j = 1, 2, 3$; $k = 1, 2, 3, 4$; $l = 1, 2$.

Ostale oznake so v skladu z dogovori.

- a) Model je površno zapisan. Prosim, najprej uredite model!
- b) Izpišite parametre za sistematske vplive!
- c) Izvrednotite red in stopinje prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!
- d) Zapišite model v matrični obliki!

Naloga 107:

Za zgornji model izračunajte:

- a) $E(y_{ijkl}) =$
- b) $E(\mathbf{y}) =$
- c) $E(\mu + 2K_i + \frac{1}{3}S_j + KS_{ij} + b_j x_{ijkl} + 4h_k + e_{ijkl}|h_k) =$
- d) $var(y_{ijkl}) =$
- e) $var(y_{ijkl}|h_k) =$
- f) $var(\mathbf{y}) =$
- g) $cov(y_{ijkl}, y_{ijkl'}) =$
- h) $cov(y_{ijkl}, y_{ijkl'v}) =$

Naloga 108:

- a) Poimenujte matrike \mathbf{R} , \mathbf{G} in \mathbf{V} !
- b) Prikažite strukturo z matrikami (prikažite posamezne elemente najmanj za prve štiri vrstice in stolpce, če vam to zadostuje, da ugotovite strukturo matrik)!
- c) Navedite red matrik!
- d) Prikažite strukturo z enačbami!

Poglavje 5

Statistični modeli v matrični obliki

5.1 Dopolnilna krma jagnjet do odstavitve

Pri delu uporabite podatke iz preglednice 2.1. Pri nastavljanju vektorjev in matrik uporabite vse podatke iz preglednice. Na izpitu zaradi obsežnosti lahko zahtevamo le določeno število vrstic. Modelov pri nalogah ne spreminjajte, čeprav se vam morda ne zdijo najbolj primerni. Ne pozabite tudi pojasniti z oznako in besedilom, kaj vektorji in matrike predstavljajo!

Naloga 109:

Proučujemo rojstno maso jagnjet. Vzemimo, da je najbolj primeren tisti model, v katerega smo vključili vpliv črede, spola, interakcije med njima in živali. Odgovorite na naslednja vprašanja!

- a) Napišite model v skalarni obliki (vse elemente modela)!
- b) Izpišite vse parametre za sistematski in naključni del modela!
- c) Napišite model v matrični obliki (vse elemente modela)!
- d) Nastavite vse vektorje v modelu!
- e) Nastavite vse matrike dogodkov!
- f) Nastavite matriko fenotipskih varianc in kovarianc!
- g) Nastavite matrike varianc in kovarianc za naključne vplive!
- h) Pri vseh vektorjih in matrikah navedite red!
- i) Napišite transponirano matriko dogodkov za sistematski del modela in jo pomnožite z izvorno matriko dogodkov! Kaj ste dobili?
- j) Izračunajte $\mathbf{X}'\mathbf{y}$! Kaj predstavlja rezultat?
- k) Izračunajte $\mathbf{y}'\mathbf{y}$! Kaj predstavlja rezultat?
- l) Izračunajte $\mathbf{X}'\mathbf{X}$! Kaj predstavlja rezultat?
- m) Kaj predstavlja izraz $\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X}$?
- n) Kako dobimo rešitve sistema enačb po metodi najmanjših kvadratov?
- o) Ali je metoda najmanjših kvadratov primerna v danem primeru? Utemeljite!
- p) Katera najpreprostejša metoda je najbolj primerna za obdelavo podatkov s predlaganim modelom? Utemeljite!
- q) Nastavite sistem enačb mešanega modela simbolično in numerično!
- r) Z enačbo prikažite sistem normalnih enačb. Poimenujte matrike in/ali vektorje, ki v sistemu nastopajo, in jih nastavite!

Naloga 110:

Proučujemo rojstno maso jagnjet. Vzemimo, da je najbolj primeren model, v katerega smo vključili vpliv črede, spola, velikosti gnezda ugnedeno znotraj črede, skupnega okolja v gnezdu in živali. V našem primeru so živali iz istega gnezda, kadar sta skupna oče in mati. Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

Naloga 111:

Proučujemo odstavitveno maso jagnjet. Vzemimo, da je najbolj primeren tisti model, v katerega smo vključili vpliv črede, krme, rojstne mase, starosti ob odstavitvi in živali. Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

Naloga 112:

Proučujemo odstavitveno maso jagnjet. Vzemimo, da je najbolj primeren tisti model, v katerega smo vključili vpliv črede, krme, starosti ob odstavitvi ugnedene znotraj krme in skupnega okolja v gnezdu. V našem primeru so živali iz istega gnezda, kadar sta skupna oče in mati. Povezavo med starostjo in maso ob odstavitvi dobro opišemo s polinomom druge stopnje. Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

Naloga 113:

Proučujemo dnevni prirast jagnjet od rojstva do odstavitve. Vzemimo, da je najbolj primeren tisti model, v katerega smo vključili vpliv črede, krme, spola, rojstne mase, skupnega okolja v gnezdu in živali. V našem primeru so živali iz istega gnezda, kadar sta skupna oče in mati. Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

Naloga 114:

Proučujemo rojstno maso in dnevni prirast jagnjet od rojstva do odstavitve z dvolastnostno analizo. Vzemimo, da je najbolj primeren model za obe lastnosti tisti, ki vključuje krmo, spol, interakcijo med njima, velikost gnezda ob rojstvu, skupno okolje v gnezdu in žival. Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

Naloga 115:

Proučujemo rojstno maso in dnevni prirast jagnjet od rojstva do odstavitve z dvolastnostno analizo. Vzemimo, da je najbolj primeren model za rojstno maso opisan pri vprašanju b), za dnevni prirast pa pri vprašanju e). Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

5.2 Dopolnilna krma za teleta

Podatke za vprašanja pri tej nalogi dobite v preglednici 2.2. Pri nastavljanju vektorjev in matrik uporabite vse podatke iz preglednice. Na izpitu zaradi obsežnosti lahko zahtevamo le določeno število vrstic. Modelov pri nalogah ne spreminjajte, čeprav se vam morda ne zdijo najbolj primerni. Ne pozabite tudi pojasniti z oznako in besedilom, kaj vektorji in matrike predstavljajo!

Naloga 116:

Proučujemo rojstno maso telet. Vzemimo, da je najbolj primeren tisti model, v katerega smo vključili vpliv pasme, spola, krme, interakcije med pasmo in spolom, skupno okolje v čredi in živali. Odgovorite na naslednja vprašanja!

a) Napišite model v skalarni obliki (vse elemente modela)!

- b) Izpišite vse parametre za sistematski in naključni del modela!
- c) Napišite model v matrični obliki (vse elemente modela)!
- d) Nastavite vse vektorje in matrike dogodkov v modelu!
- e) Nastavite matriko fenotipskih varianc in kovarianc!
- f) Nastavite matrike varianc in kovarianc za naključne vplive!
- g) Pri vseh vektorjih in matrikah navedite red!
- h) Napišite transponirano matriko dogodkov za sistematski del modela in jo pomnožite z izvorno matriko dogodkov! Tako dobite matriko koeficientov po metodi najmanjših kvadratov.
- i) Izračunajte $\mathbf{X}'\mathbf{y}$! Kaj predstavlja rezultat?
- j) Izračunajte $\mathbf{y}'\mathbf{y}$! Kaj predstavlja rezultat?

Naloga 117:

Proučujemo maso ob odstavitvi. Vzemimo, da je najbolj primeren tisti model, v katerega smo vključili vpliv pasme, krme, rojstne mase, skupno okolje v čredi in živali. Vpliv rojstne mase najbolje opisuje polinom druge stopnje ugnezden znotraj pasme. Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

Naloga 118:

Proučujemo masi ob rojstvu in odstavitvi v dvolastnostnem modelu. Vzemimo, da je najbolj primeren tisti model, v katerega smo vključili vpliv pasme, krme, starosti ob odstavitvi, skupno okolje v čredi in živali. Vpliv rojstne mase najbolje opisuje polinom druge stopnje ugnezden znotraj pasme.

- a) Ali pri masi ob odstavitvi lahko vključimo v model maso ob rojstvu kot vpliv? Obrazložite!
- b) Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

Naloga 119:

Proučujemo dnevni prirast od rojstva do odstavitve. V model smo vključili pasmo, krmo, interakcijo med pasmo in krmo, rojstno maso ugnezdeno znotraj interakcije ter žival.

- a) Ali pri dnevnem prirastu lahko vključimo v model maso ob odstavitvi kot vpliv? Obrazložite!
- b) Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

Naloga 120:

Proučujemo rojstno maso in dnevni prirast od rojstva do odstavitve z dvolastnostnim modelom. V model smo za obe lastnosti vključili pasmo, krmo, interakcijo med pasmo in krmo, skupno okolje v čredi ter žival.

- a) Ali lahko vključimo v model maso ob odstavitvi kot vpliv? Obrazložite!
- b) Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

5.3 Rast jagnjet od rojstva do prodaje

Podatke za vprašanja pri tej nalogi dobite v preglednici 2.3. Pri nastavljanju vektorjev in matrik uporabite samo vse zapise iz preglednice. Modelov pri nalogah ne spreminjajte, čeprav se vam morda ne zdijo najbolj primerni. Ne pozabite tudi pojasniti z oznako in besedilom, kaj vektorji in matrike predstavljajo!

Naloga 121:

Proučujemo rojstno maso jagnjet. Vzemimo, da je najbolj primeren tisti model, v katerega smo vključili vpliv velikosti gnezda, spola jagnjeta, starost matere, skupnega okolja v čredi in žival. Odgovorite na naslednja vprašanja!

- a) Napišite model v skalarni obliki (vse elemente modela)!
- b) Izpišite vse parametre za sistematski in naključni del modela!
- c) Napišite model v matrični obliki (vse elemente modela)!
- d) Nastavite vse vektorje in matrike dogodkov v modelu!
- e) Nastavite matriko fenotipskih varianc in kovarianc!
- f) Nastavite matrike varianc in kovarianc za naključne vplive!
- g) Pri vseh vektorjih in matrikah navedite red!
- h) Napišite transponirano matriko dogodkov za sistematski del modela in jo pomnožite z izvorno matriko dogodkov! Tako dobite matriko koeficientov po metodi najmanjših kvadratov.
- i) Izračunajte $\mathbf{X}'\mathbf{y}$! Kaj predstavlja rezultat?
- j) Izračunajte $\mathbf{y}'\mathbf{y}$! Kaj predstavlja rezultat?

Naloga 122:

Proučujemo maso jagnjet ob prodaji. Vzemimo, da je najbolj primeren tisti model, v katerega smo vključili vpliv velikosti gnezda, spola jagnjeta, rojstno maso jagnjeta, starost jagnjeta ob prodaji, skupnega okolja v čredi in žival. Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

Naloga 123:

Proučujemo maso jagnjet ob rojstvu in prodaji z dvolastnostnim modelom. Modela iz vprašanj pod alinejo a) in b) obdržite oz. v njih odpravite neskladnosti. Na katero neskladnost namigujemo? Potem odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

5.4 Prašiči na liniji klanja

Podatke za vprašanja pri tej nalogi dobite v preglednici 2.5. Pri nastavljanju vektorjev in matrik uporabite samo vse zapise iz preglednice. Modelov pri nalogah ne spreminjajte, čeprav se vam morda ne zdijo najbolj primerni. Ne pozabite tudi pojasniti z oznako in besedilom, kaj vektorji in matrike predstavljajo!

Naloga 124:**5.5 Preizkus dopolnilne krme pri pitanju goveda pri treh rejcih**

Podatke za vprašanja pri tej nalogi dobite v preglednici 2.6. Pri nastavljanju vektorjev in matrik uporabite samo vse zapise iz preglednice. Modelov pri nalogah ne spreminjajte, čeprav se vam morda ne zdijo najbolj primerni. Ne pozabite tudi pojasniti z oznako in besedilom, kaj vektorji in matrike predstavljajo!

Naloga 125:**5.6 Preizkus dopolnilne krme pri pitanju goveda pri več rejcih**

Podatke za vprašanja pri tej nalogi dobite v preglednici 2.7. Pri nastavljanju vektorjev in matrik uporabite samo vse zapise iz preglednice. Modelov pri nalogah ne spreminjajte, čeprav se vam morda ne zdijo najbolj primerni. Ne pozabite tudi pojasniti z oznako in besedilom, kaj vektorji in matrike predstavljajo!

Naloga 126:**5.7 Klavne lastnosti pri prašičih**

Podatke za vprašanja pri tej nalogi dobite v preglednici 2.5. Pri nastavljanju vektorjev in matrik uporabite samo prvih devet vrstic iz preglednice. Modelov pri nalogah ne spreminjajte, čeprav se vam morda ne zdijo najbolj primerni. Ne pozabite tudi pojasniti z oznako in besedilom, kaj vektorji in matrike predstavljajo!

Naloga 127:

Proučujemo klavni izplen pri prašičih. Vzemimo, da je najbolj primeren tisti model, v katerega smo vključili vpliv pasme (G_i), spola (S_j), interakcije med pasmo in spolom (GS_{ij}), maso pred zakolom (x_{ijkl}), skupno okolje v gnezdu (g_{ik}) in živali (a_{ijkl}). Za živali nimamo porekla, vemo le, da imajo živali iz istega gnezda skupno mater. Materam podelite številke kar sami. Odgovorite na naslednja vprašanja!

$$y_{ijkl} = \mu + G_i + S_j + GS_{ij} + b(x_{ijkl} - 85) + g_{ik} + a_{ijkl} + e_{ijkl} \quad [5.1]$$

- a) Izvrednotite pričakovane vrednosti opazovanj in preverite strukturo varianc in kovarianc!
- b) Izpišite vse parametre za sistematski in naključni del modela!
- c) Napišite model v matrični obliki (vse elemente modela)!
- d) Nastavite vse vektorje in matrike dogodkov v modelu!
- e) Nastavite matriko fenotipskih varianc in kovarianc! Razvidni morajo biti tudi
- f) Pri vseh vektorjih in matrikah navedite red pri uporabljenih devetih zapisih!
- g) Pri vseh vektorjih in matrikah navedite red pri vseh zapisih v datotekah!
- h) Napišite transponirano matriko dogodkov za sistematski del modela in jo pomnožite z izvorno matriko dogodkov! Tako dobite matriko koeficientov po metodi najmanjših kvadratov.
- i) Izračunajte $\mathbf{X}'\mathbf{y}$! Kaj predstavlja rezultat?
- j) Izračunajte $\mathbf{y}'\mathbf{y}$! Kaj predstavlja rezultat?
- k) Nastavite tudi sistem normalnih enačb! Vajo opravite lahko s proceduro IML v SASu.
- l) Poiščite rešitve sistema normalnih enačb!

Naloga 128:

Proučujemo maso toplih klavnih polovic, klavni izplen in mesnatost z večlastnostnim modelom. Vzemimo, da je najbolj primeren tisti model, v katerega smo vključili vpliv kontrolorja, sezone, skupnega okolje v čredi in živali. Za živali nimamo porekla, vemo le, da imajo živali iz istega gnezda skupno mater. Materam ste že podelili oznake. Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

Tabela 5.1: Podatki iz linije klanja

Sezona	Spol	Rejec	Žival	Masa toplih polovic(kg)	Debelina slanine (mm)
2003-01	2	1	1	103	9.4
2003-01	3	1	2	96	14.0
2003-02	2	1	3	99	13.4
2003-02	3	1	4	97	12.0
2003-01	2	2	5	101	13.7
2003-01	3	2	6	102	14.2
2003-02	2	2	7	107	15.3
2003-02	3	2	8	100	12.8

Naloga 129:

Proučujemo mesnatost z enolastnostnim modelom (enačba 5.2). Mesnatost dobro pojasnimo z maso toplih klavnih polovic (x_{1i}), meritvijo S (x_{2i}), meritvijo M (x_{3i}) in razmerjem med meritvama M in S. Razmerje lahko navedete na eno decimalko natančno. Predpostavimo, da so živali nesorodne. Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

$$y_i = \mu + b_1(x_{1i} - 85) + b_2(x_{2i} - 10) + b_3(x_{3i} - 75) + b_4(x_{3i}/x_{2i}) + e_i \quad [5.2]$$

5.8 Povprečna debelina slanine prašičev, merjena na liniji klanja

Živali 2 in 5 imata skupna starša (mati ima oznako 11, oče pa 12), prav tako tudi 3 in 4 (mati ima oznako 9, oče pa 10), ostale so nesorodne. Za debelino slanine iz preglednice izbrali spodnji model (5.3). Tudi če se vam model ne zdi primeren, ga ne popravljajte! Vzemite, da je pravilen!

$$y_{ijk} = \mu + R_i + S_j + RS_{ij} + b_{Ij}(x_{ijk} - 100) + b_{IIj}(x_{ijk} - 100)^2 + a_{ijk} + e_{ijk} \quad [5.3]$$

kjer je R_i = rejec, S_j = spol, x_{ijk} = masa toplih polovic, a_{ijk} = žival. Ostale oznake so v skladu z dogovori.

Naloga 130:

Odgovorite na spodnja vprašanja na osnovi podatkov v preglednici!

- Dopolnite model v skalarni obliki!
- Napišite vse elemente modela v matrični obliki!
- Izpišite in poimenujte vse vektorje v modelu!
- Nastavite in poimenujte vse matrike dogodkov v modelu!

Naloga 131:

Vzemite, da so podatki v preglednici le reprezentativni vzorec podatkov iz večjega niza podatkov, kjer imamo meritve na 30000 živalih, iz porekla pa je dodanih še 500 staršev. Preizkus smo izvajali kontinuirano od januarja 2003 do danes. Sodelovalo je 5 rejcev. Statistični model je isti kot pri alineji a) te naloge.

- Zastavite vse vektorje in matrike! Pri vplivih z večjim številom nivojev lahko prikažete vsaj deset prvih in zadnja dva. Navedite red za vse vektorje in matrike v modelu!
- Določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb!

5.9 Rast pujskov od rojstva do odstavitve

Podatke za vprašanja pri tej nalogi dobite v preglednici 2.11. Pri nastavljanju vektorjev in matrik uporabite samo vse zapise iz preglednice. Modelov pri nalogah ne spreminjajte, čeprav se vam morda ne zdijo najbolj primerni. Ne pozabite tudi pojasniti z oznako in besedilom, kaj vektorji in matrike predstavljajo!

Naloga 132:

Proučujemo rojstno maso z enolastnostnim modelom (enačba 5.4). Rojstno maso smo najbolje pojasnili z rejcem (R_i), pasmo (P_j), številom pujskov v gnezdu (x_{ijk}) in skupnim okoljem v gnezdu (g_{ijk}), ki ga določati mati svinja in zaporedno gnezdo, in živaljo (a_{ijkl}). Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

$$y_{ijkl} = \mu + R_i + P_j + b_i (x_{ijk} - 10) + g_{ijk} + a_{ijkl} + e_{ijkl} \quad [5.4]$$

- Izvednotite pričakovane vrednosti opazovanj in preverite strukturo varianc in kovarianc!
- Izpišite vse parametre za sistematski in naključni del modela!
- Napišite model v matrični obliki (vse elemente modela)!
- Nastavite vse vektorje in matrike dogodkov v modelu!
- Nastavite matriko fenotipskih varianc in kovarianc! Razvidni morajo biti tudi
- Pri vseh vektorjih in matrikah navedite red pri uporabljenih devetih zapisih!
- Pri vseh vektorjih in matrikah navedite red pri vseh zapisih v datotekah!
- Napišite transponirano matriko dogodkov za sistematski del modela in jo pomnožite z izvorno matriko dogodkov! Tako dobite matriko koeficientov po metodi najmanjših kvadratov.
- Izračunajte $\mathbf{X}'\mathbf{y}$! Kaj predstavlja rezultat?
- Izračunajte $\mathbf{y}'\mathbf{y}$! Kaj predstavlja rezultat?
- Nastavite tudi sistem normalnih enačb! Vajo opravite lahko s proceduro IML v SASu.
- Poiščite rešitve sistema normalnih enačb!

Naloga 133:

Proučujemo odstavitveno maso z enolastnostnim modelom (enačba 5.5). Odstavitveno maso smo najbolje pojasnili z rejcem (R_i), pasmo (P_j), številom pujskov v gnezdu (x_{1ijk}), dolžino laktacije (x_{2ijk}), rojstno maso (x_{3ijkl}), skupnim okoljem v gnezdu (g_{ijk}), ki ga določati mati svinja in zaporedno gnezdo, in živaljo (a_{ijkl}). Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

$$y_{ijkl} = \mu + R_i + P_j + b_{1j} (x_{1ijk} - 10) + b_{2I} (x_{2ijk} - 35) + b_{2II} (x_{2ijk} - 35)^2 + b_3 (x_{3ijkl} - 1.5) + g_{ijk} + a_{ijkl} + e_{ijkl} [5.5]$$

Naloga 134:

Proučujemo rojstno in odstavitveno maso z dvolastnostnim modelom (enačba 5.4). Za izhodišče vzemite model 5.4 za rojstno maso in model 5.5 za odstavitveno maso, ki pa ga moramo nekoliko spremeniti.

- Popravite model za odstavitveno maso in napišite enačbi modelov za obe lastnosti v skalarni obliki. Opišite oznake v modelu!
- Odgovorite na vsa zgoraj postavljena vprašanja!

5.10 Rast pujskov v času laktacije

Pujske tehtamo ob rojstvu in ob odstavitvi. Podatke iz preglednice bomo obdelali za obe lastnosti hkrati z dvolastnostnim modelom 5.6. Ostanke za lastnosti merjene na različnih živalih so identično in neodvisno porazdeljeni, med lastnostima na isti živali pa obstaja korelacija.

$$y_{ij} = \mu_t + S_{ii} + b_{t1}(x_{ij} - 10) + b_{t2}(x_{ij} - 10)^2 + e_{ij} \quad [5.6]$$

S_{ii} - spol; x_{ij} - število pujskov v gnezdu; indeks t se nanaša na lastnost

Naloga 135:

- a) Napišite model v matrični obliki za dvolastnostno analizo!
- b) Nastavite vse vektorje v modelu!
- c) Nastavite matriko dogodkov za sistematski del modela!
- d) Nastavite matrike dogodkov za naključni del modela!
- e) Nastavite vse matrike varianc in kovarianc!
- f) V skalarni in matrični obliki nastavite ničelno in alternativno hipotezo, kjer preizkusite, da med nivoji v vplivu spola ni razlik.
- g) V skalarni in matrični obliki nastavite ničelno in alternativno hipotezo, kjer preizkusite, da je regresijski koeficient različen od nič.

5.11 Velikost gnezda pri mladich

Podatke za vprašanja pri tej nalogi dobite v preglednici 2.12. Pri nastavljanju vektorjev in matrik uporabite samo vse zapise iz preglednice. Modelov pri nalogah ne spreminjajte, čeprav se vam morda ne zdijo najbolj primerni. Ne pozabite tudi pojasniti z oznako in besedilom, kaj vektorji in matrike predstavljajo!

Naloga 136:

Proučujemo število živorojenih pujskov v gnezdu z enolastnostnim modelom. Lastnost smo najbolje pojasnili z genotipom, s skupino in starostjo mladic ob pripustu. Naraščanje velikosti gnezda s naraščanjem starosti mladic ob pripustu na opazovanem intervalu dobro opiše polinom druge stopnje. Odgovorite na naslednja vprašanja!

- a) Napišite model v skalarni obliki (vse elemente modela)!
- b) Izpišite vse parametre za sistematski in naključni del modela!
- c) Napišite model v matrični obliki (vse elemente modela)!
- d) Nastavite vse vektorje in matrike dogodkov v modelu!
- e) Nastavite matriko fenotipskih varianc in kovarianc! Razvidni morajo biti tudi
- f) Pri vseh vektorjih in matrikah navedite red pri uporabljenih devetih zapisih!
- g) Pri vseh vektorjih in matrikah navedite red pri vseh zapisih v datotekah!
- h) Napišite transponirano matriko dogodkov za sistematski del modela in jo pomnožite z izvorno matriko dogodkov! Tako dobite matriko koeficientov po metodi najmanjših kvadratov.

- i) Izračunajte $X'y$! Kaj predstavlja rezultat?
- j) Izračunajte $y'y$! Kaj predstavlja rezultat?
- k) Nastavite tudi sistem normalnih enačb! Vajo opravite lahko s proceduro IML v SASu.
- l) Poiščite rešitve sistema normalnih enačb!

Poglavje 6

Postavljanje hipotez in statistična presoja modelov

6.1 Velikost gnezda pri starih svinjah

Iz naloge ?? smo za velikost gnezda pri starih svinjah izbrali naslednji model. Čeprav model nikakor ni primeren, ga ne popravljajte! Vzemite, da je pravilen!

$$y_{ijkl} = \mu + G_i + Z_{ij} + b_1(x_{ijkl} - 28) + b_2(x_{ijkl} - 28)^2 + a_{ijk} + e_{ijkl} \quad [6.1]$$

kjer G_i = genotip, Z_{ij} = zaporedna prasitev, x_{ijkl} = predhodna laktacija, a_{ijk} = plemenska vrednost za žival. Ostale oznake so v skladu z dogovori.

Naloga 137:

- Ali je model linearen? Utemeljite!
- Določite število parametrov in število stopinj prostosti za posamezni vpliv modelu, model v celoti in ostanek. Navedite tudi red in rang sistema.
- Napišite hipoteze v skalarni obliki, s katerimi bi testirali razlike med genotipi, zaporednimi prasitvami in preverili vpliv laktacije? Ali so hipoteze ocenljive? S katerim testom bi testirali posamezne hipoteze?
- Napišite vse elemente modela v matrični obliki!
- Kako preverimo ocenljivost linearnih kombinacij parametrov? (Sprašujem po matriki)
- Simbolično nastavite sistem normalnih enačb! Navedite red vseh vektorjev in matrik! Kako izračunamo plemenske vrednosti?
- Simbolično nastavite sistem enačb mešanega modela! Navedite red vseh vektorjev in matrik!

Naloga 138: Velikost gnezda pri mladich

Za obdelavo podatkov iz preglednice 2.12 po metodi najmanjših kvadratov bomo uporabili naslednji model (enačba 6.2). V model smo vključili genotip (G_i), skupino (S_{ij}) in starost ob pripustu (x_{ijk}). Ostale oznake so v skladu z dogovorom. Modela ne spreminjajte!

$$y_{ijk} = \mu + G_i + S_{ij} + b_i(x_{ijk} - 210) + e_{ijk} \quad [6.2]$$

- Izpišite vse parametre v sistematskem delu modela!
- Nastavite matriko koeficientov za metodo najmanjših kvadratov in jo izpolnite z vrednostmi!
- Zastavite tabelo za analizo variance! Vrednosti ni potrebno določati!
- Kateri tip za delitev vsote kvadratov moramo uporabiti v tem modelu za preverjanje hipotez? Utemeljite!
- Ali smemo pri vsoti kvadratov tipa I zamenjati vrstni red pri vplivih G in S v našem modelu? Utemeljite!

- f) Postavite hipotezo v skalarni obliki, s katero boste preizkusili, če obstajajo razlike med genotipi! Kateri test bi uporabili za iskanje značilnih razlik med genotipi?
- g) Postavite hipotezo v skalarni obliki, s katero boste preizkusili, če obstajajo razlike med skupinami! Kateri test bi uporabili za iskanje značilnih razlik med skupinami?
- h) Postavite hipotezo v skalarni obliki, s katero boste preizkusili značilnost vpliva starosti ob pripustu na opazovano lastnost! Kako lahko preverite, če je potrebna ugnezdna regresija?
- i) Napišite zgornje hipoteze v matrični obliki?
- j) Ocenite razliko med genotipi pri starosti ob pripustu 180 dni in 240 dni!
- k) Kako preverimo ocenljivost linearnih kombinacij parametrov? (Sprašujem po matriki)
- l) Simbolično nastavite sistem normalnih enačb! Navedite red vseh vektorjev in matrik! Kako izračunamo plemenske vrednosti?
- m) Simbolično nastavite sistem enačb mešanega modela! Navedite red vseh vektorjev in matrik!

Naloga 139: Povprečna debelina slanine prašičev, merjena na liniji klanja

Vzemimo primer iz naloge ?? o povprečni debelini slanine, merjene na liniji klanja. Podatki so prikazani v preglednici 5.1 in obdelani z modelom 5.3.

- a) Postavite hipotezi v skalarni obliki, s katerima boste preizkusili, če obstajajo razlike med rejci! Ali so hipoteze ocenljive? S katerim testom bi opravili preizkus hipoteze?
- b) Postavite hipotezi v skalarni obliki, s katerima boste preizkusili, če so regresijski koeficienti večji od 3? Ali so hipoteze ocenljive? S katerim testom bi opravili preizkus hipoteze?
- c) Postavite hipotezi tudi v matrični obliki!

Naloga 140: Dopolnilna krma za jagnjeta

Iz naloge ?? smo za odstavitveno maso izbrali naslednji model (enačba 6.3). Tudi če model ni primeren, ga ne popravljajte! Vzemite, da je pravilen!

$$y_{ijk} = \mu + K_i + V_j + KV_{ij} + b_{Ij}(x_{ijk} - 3.0) + b_{IIj}(x_{ijk} - 3.0)^2 + a_{ijk} + e_{ijk} \quad [6.3]$$

kjer je K_i = krma, V_j = velikost gnezda, a_{ijk} = žival, x_{ijk} = rojstna masa. Ostale oznake so v skladu z dogovori.

- a) Določite število parametrov in število stopinj prostosti za posamezni vpliv modelu, model v celoti in ostanek. Navedite tudi red in rang sistema ter število opazovanj.
- b) Napišite hipoteze v skalarni obliki, s katerimi bi testirali razlike za velikost gnezda? Ali so hipoteze ocenljive? S katerim testom bi testirali posamezne hipoteze?
- c) Ali lahko v model vključimo še vpliv očeta? Na kratko utemeljite svoj odgovor!
- d) S katero najpreprostejšo metodo lahko obdelamo podatke? Utemeljite!

Naloga 141: Koeficient determinacije

a) Pri oceni mesnatosti prašičev na liniji klanja samo slanina pojasni 64 % variance (R^2). Koliko znaša korelacija med spremenljivkama?

- b)** Izhodiščni model je pojasnil 60.14 % variance. Dodali smo mu interakcijo med 4 genotipi in 6 rejami, kar je pojasnilo dodatno 2.03 % variance? Ali je dodatni vpliv nujno potreben? Utemeljite!
- c)** Pri oceni mesnatosti prašičev na liniji klanja samo debelina hrbtne pojasni 64 % variance (R^2). Koliko znaša korelacija med spremenljivkama?
- d)** Izhodiščni model je pojasnil 60.14 % variance. Dodali smo mu interakcijo med 4 genotipi in 6 rejami, kar je pojasnilo dodatno 2.03 % variance? Ali je dodatni vpliv nujno potreben? Utemeljite!
- e)** Izhodiščni model je pojasnil 30.14 % variance. Dodali smo mu interakcijo med 2 genotipoma in 3 rejami, kar je pojasnilo dodatno 22.03 % variance. Ali je dodatni vpliv nujno potreben? Utemeljite!

Poglavje 7

Linearni in nelinearni modeli

Za model odgovorite na naslednja vprašanja. Pri modelih od (a) do (m) vzemite, da je $i = 1, 2, 3, 4$; $j = 1, 2, 3$; $k = 1, 2, \dots, 10$; $l = 1, 2, \dots, n_{ijk}$.

$$y_{ijkl} = \mu + A_i + B_{ij} + h_k + e_{ijkl}$$

f) Ali so modeli linearni, pogojno linearni ali pogojno nelinearni? Utemeljite!

g) So modeli sistematski, naključni ali mešani?

h) Ali so v modelu možne interakcije med izbranimi vplivoma?

i) Navedite število opazovanj v poskusih, za katere smo uporabili spodnje modele!

j) Obrazložite regresije v modelih, ki jih vključujejo!

k) Kaj pomenijo oznake v modelih?

l) Ali so modeli polnega ali nepolnega ranga? Utemeljite!

$$1/y_{ijkl} = \mu + A_i + B_{ij} + h_k + e_{ijkl}$$

$$y_{ijk} = \mu + A_i + B_{ij} + b(x_{ijk} - 250) + e_{ijk}$$

$$\ln(y_{ijk}) = \mu + A_i + B_{ij} + b(x_{ijk} - 250) + e_{ijk}$$

$$y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + b_{li} \sqrt{(x_{ijk} - 250)} + b_{lli}(x_{ijk} - 250) + e_{ijk}$$

$$y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + b_{li} \ln(x_{ijk}) + b_{lli} \ln^2(x_{ijk}) + e_{ijk}$$

$$y_{ijk}^2 = \mu + A_i + B_j + b_{li}(x_{ijk} - 250) + e_{ijk}$$

$$\sqrt{y_{ijk}} = \mu + A_i + B_j + b_{li}(x_{ijk} - 250) + e_{ijk}$$

$$y_{ijk} = e^{\mu + A_i + B_{ij} + b(x_{ijk} - 250)} * e_{ijk}$$

$$y_{ijkl} = (\mu + A_i + B_{ij} + h_k + e_{ijkl})^{-1}$$

$$y_{ijk} = e^{\mu + A_i + B_{ij} + b(x_{ijk} - 250)} + e_{ijk}$$

$$y_{ijk} = e^{\mu + A_i + B_{ij} + b(x_{ijk} - 250) + e_{ijk}}$$

$$y_{ijk} = \exp(\mu + A_i + B_{ij} + b(x_{ijk} - 250) + e_{ijk})$$

$$y_{ijk} = \mu + K_i + H_j + KH_{ij} + b_j(x_{ijk} - 30) + a_{ijk} + e_{ijk}$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{1i} x_{2i} + e_i; i=1, 2, \dots, n$$

$$y_{ijk} = \mu + A_i + B_{ij} + b_i \exp\{(x_{ijk} - \bar{x})^2\} + e_{ijkl}; i=1, 2, 3; j=1, 2, \dots, 5; k=1, 2, \dots, n_i$$

$$y_{ijk} = \sqrt{A_i + B_{ij} + AB_{ij} + a_{ijk}} \bullet e_{ijkl}; i=1, 2, 3; j=1, 2, \dots, 5; k=1, 2, \dots, n_i; l=1, 2$$

$$y_i = b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + b_3 x_{2i}^2 + e_i; i=1, 2, \dots, 19000$$

$$y_{ijkl} = \mu + P_i + O_{ij} + M_{ijk} + b_i \ln(x_{ijkl}) + e_{ijkl}; i=1, 2, 3; j=1, 2, \dots, 5; k=1, 2, \dots, 10; l=1, 2, 3, 4$$

$$y_{ijkl} = \exp(K_i + R_j + KR_{ij} + g_{ijk} + e_{ijkl}); i=1, 2, 3; j=1, 2, \dots, 5; k=1, 2, 3, 4; l=1, 2$$

Poglavje 8

Splošno

8.1 Utrdimo dogovorjene oznake

Na kratko, a natančno pojasnite, kaj pomenijo naslednje oznake?

I	_____	σ_{au}	_____
V	_____	X'X	_____
σ_a	_____	σ_a^2	_____
R	_____	\otimes	_____
\sum^{\oplus}	_____	y_{ijkl}	_____
MK_{ij}	_____	S_{jk}	_____
μ	_____	R^2	_____
TSS	_____	\hat{K}_j	_____
\bar{x}	_____	b_{II}	_____
$cov(x, y)$	_____	Δx	_____
$\frac{\partial y}{\partial x}$	_____	X'y	_____
	_____	g_{ijk}	_____
r_{xy}	_____	σ_g^2	_____
β	_____	X	_____
y	_____	A^{-1}	_____
$(X'X)^{-}$	_____		_____
	_____		_____
	_____	G	_____

8.2 Interpretacija rezultatov

8.2.1 Rast mesnih pasem goveda

V poskusu so bili biki dveh mesnih pasem. Rezultati preizkusa so prikazani na sliki 8.1.

m) Naštejte glavne vplive in jih označite v skladu z dogovorom!

n) Napišite primerni statistični model!

o) Iz slike ocenite ocene posameznih parametrov v modelu!

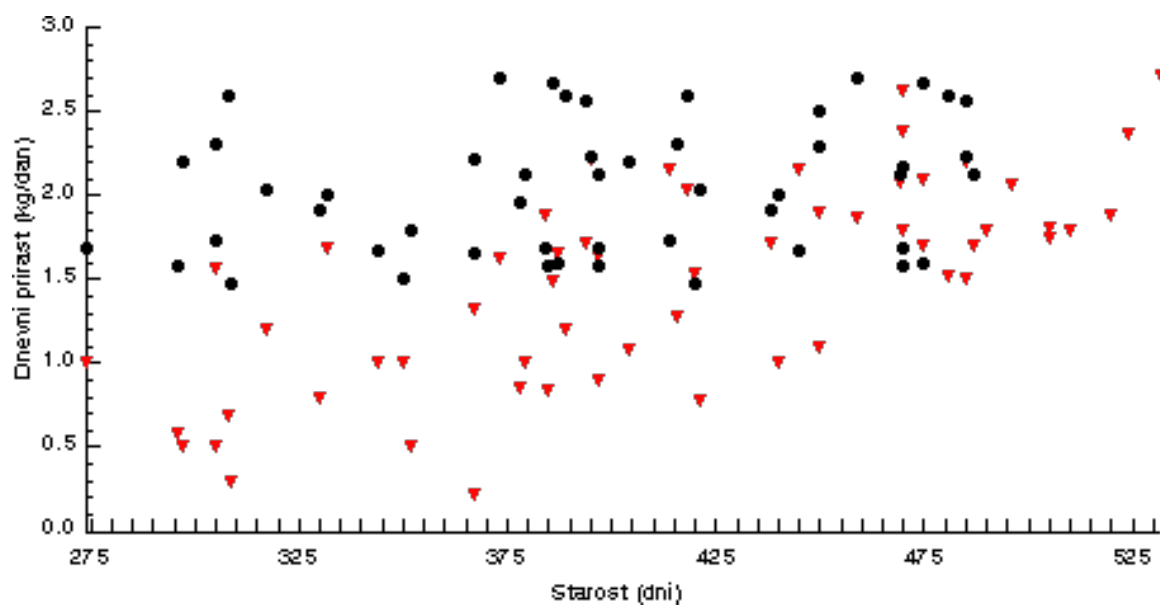
p) Ocenite korelacijo med starostjo in dnevnim prirastom za vsako skupino posebej!

q) Interpretirajte sliko 8.1!

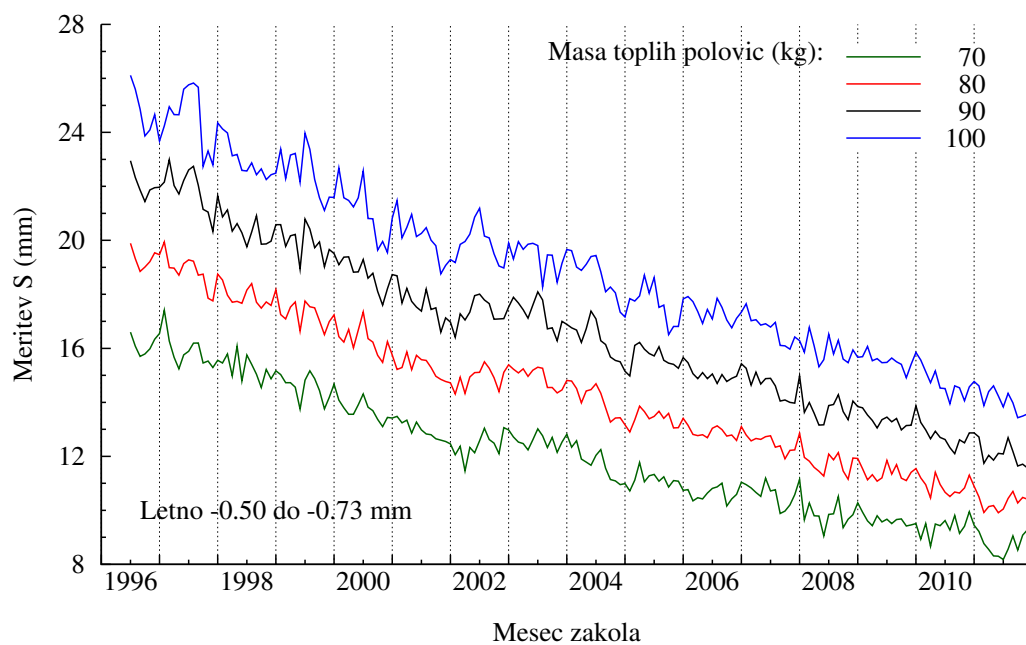
8.2.2 Mesnatost prašičev

Rezultati naslednjega preizkusa pri prašičih so prikazani na spodnji sliki. Točke predstavljajo povprečja več meritev. Za obdelavo pa imamo na voljo posamezne meritve.

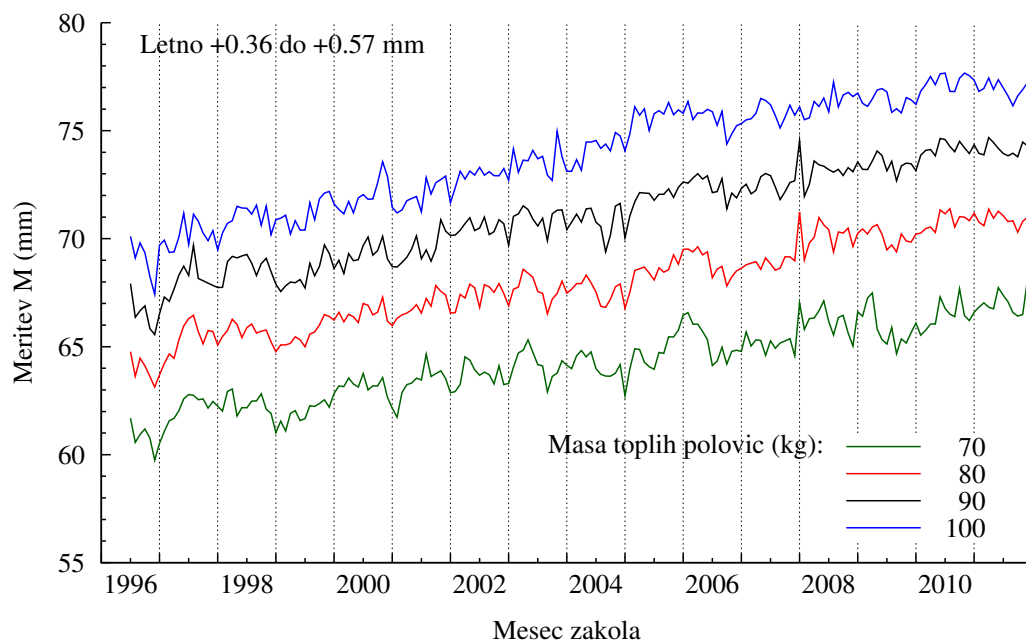
r) Imenujte odvisno spremenljivko!



Slika 8.1: Povezava med starostjo bikov ob zakolu in dnevni prirastom dveh mesnih pasem



Slika 8.2:



Slika 8.3:

s) Naštejte glavne vplive, jih označite v skladu z dogovorom in opišite osnovne značilnosti!

t) Napišite primerno enačbo statističnega modela, če slika zadostno opiše podatke!

u) Za koliko se v povprečju spremeni odvisna spremenljivka po dvanajstih mesecih? Presodite vrednost pri trupih z maso 85 kg!

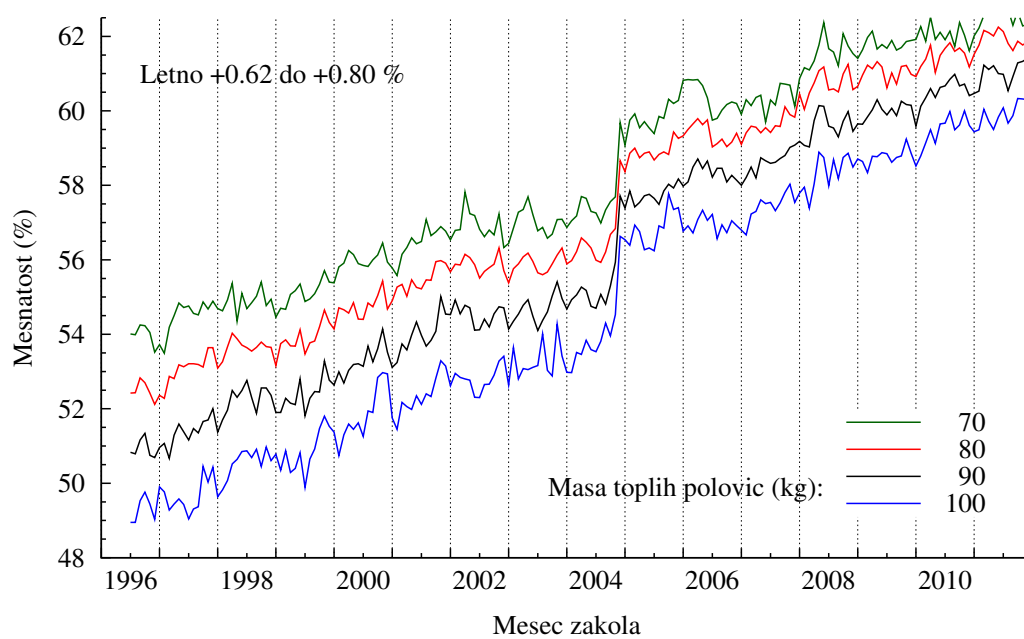
v) Za koliko se v povprečju spremeni odvisna spremenljivka, ko se masa toplih polovic poveča za 10 kg? Presodite vrednost na začetku opazovanega obdobja!

w) Iz slike ocenite regresijski koeficient pri masi toplih polovic 100 kg! Obrazložite pomen!

x) Primerno naslovite sliko 8.2!

y) Interpretirajte sliko 8.2!

Ponovite vajo s sliko 8.3 in 8.4.



Slika 8.4:

Poglavje 9

Analiza varianc in kovarianc

9.1 Komponente variance

9.1.1 Enolastnostni model

Naloga 142:

$$\sigma^2 = 25, \sigma_a^2 = 9$$

- a) Koliko znaša varianca za ostanek?
- b) Izračunajte heritabiliteto!
- c) Koliko znaša fenotipska varianca?
- d) Kateri so naključni vplivi v modelu?
- e) Napišite enačbo modela v matrični obliki!
- f) Kako je porazdeljen ostanek? Narišite porazdelitev!
- g) Kako so porazdeljene plemenske vrednosti, če so živali sorodne? Narišite porazdelitev!
- h) Koliko znaša pričakovana vrednost za plemenske vrednosti?
- i) Ali so meritve identično in neodvisno porazdeljene? Utemeljite!
- j) Katero najpreprostejšo metodo lahko uporabimo, če so živali sorodne in so naključno izbrane?
- k) Katero najpreprostejšo metodo lahko uporabimo, kadar so živali sorodne in podvržene selekciji (niso naključno izbrane) na proučevano lastnost?

Naloga 143:

$$\sigma^2 = 36, \sigma_a^2 = 9, \sigma_g^2 = 16$$

- a) Koliko znaša varianca za ostanek?
- b) Izračunajte heritabiliteto!
- c) Koliko znaša fenotipska varianca?
- d) Kaj predstavlja oznaka σ_g^2 ?
- e) Kateri so naključni vplivi v modelu?
- f) Napišite enačbo modela v matrični obliki!
- g) Kako je porazdeljen ostanek? Narišite porazdelitev!
- h) Kako so porazdeljene plemenske vrednosti, če so živali sorodne? Narišite porazdelitev!
- i) Narišite porazdelitev za skupno okolje v gnezdu!
- j) Koliko znaša pričakovana vrednost za plemenske vrednosti?

- k)** Ali so meritve identično in neodvisno porazdeljene? Utemeljite!
- l)** Katero najpreprostejšo metodo lahko uporabimo, če so živali sorodne in so naključno izbrane?
- m)** Katero najpreprostejšo metodo lahko uporabimo, kadar so živali sorodne in podvržene selekciji (niso naključno izbrane) na proučevano lastnost?

Naloga 144:

Delež aditivne genetske variance znaša 0.25, skupno okolje v čredi pa predstavlja kar 44.4 % fenotipske variance. Standardni odklon za lastnost je 6 kg.

- a)** Koliko znaša varianca za ostanek?
- b)** Izračunajte heritabiliteto!
- c)** Koliko znaša fenotipska varianca?
- d)** Koliko znaša varianca za skupno okolje v čredi?
- e)** Kateri so naključni vplivi v modelu?
- f)** Napišite enačbo modela v matrični obliki!
- g)** Kako so porazdeljene plemenske vrednosti, če so živali sorodne? Narišite porazdelitev!
- h)** Narišite porazdelitev za skupno okolje v čredi!
- i)** Koliko znaša pričakovana vrednost za plemenske vrednosti?
- j)** Ali so meritve identično in neodvisno porazdeljene? Utemeljite!
- k)** Katero najpreprostejšo metodo lahko uporabimo, če so živali sorodne in so naključno izbrane?
- l)** Katero najpreprostejšo metodo lahko uporabimo, kadar so živali sorodne in podvržene selekciji (niso naključno izbrane) na proučevano lastnost?

9.1.2 Večlastnostni modeli

Naloga 145:

$$\mathbf{G}_{a0} = \begin{bmatrix} 1.64 & 3.2 & -3.7 \\ & 25 & 12.5 \\ & & 81 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G}_{g0} = \begin{bmatrix} 1.74 & 2.1 & 0.3 \\ & 32 & -0.4 \\ & & 67.0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} 3.20 & 3.2 & -3.7 \\ & 75 & 12.5 \\ & & 160 \end{bmatrix}$$

- a)** Popolnite matrike!
- b)** Koliko lastnosti je obdelano v večlastnostnem modelu?
- c)** Koliko je v modelu naključnih vplivov? Navedite jih!
- d)** Koliko znašajo genetske variance za prvo (_____), drugo (_____) in tretjo (_____) lastnost?
- e)** Koliko znaša varianca za ostanek za prvo (_____), drugo (_____) in tretjo (_____) lastnost?
- f)** Navedite standardne odklone za ostanek za prvo (_____), drugo (_____) in tretjo (_____) lastnost!
- g)** Izračunajte matriko fenotipskih varianc in kovarianc!
- h)** Izračunajte heritabilitete za vse lastnosti in genetske korelacije med njimi!
- i)** Izračunajte fenotipske korelacije!
- j)** Izračunajte delež variance za vse tri lastnosti in korelacije med njimi za skupno okolje v gnezdu!

k) Izračunajte fenotipsko kovarianco med oseboma iz istega gnezda!

l) Izračunajte fenotipsko kovarianco med bratoma iz različnega gnezda!

m) Izračunajte fenotipsko kovarianco med staršem in potomcem!

Naloga 146:

Pri izračunu komponent variance smo dobili naslednje rezultate:

$$\mathbf{G}_{r0} = \begin{bmatrix} 0.588 & 0.84 & -0.70 \\ & 6.00 & 4.75 \\ & & 38.44 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{Lr0} = \begin{bmatrix} 0.196 & 0.22 & -0.40 \\ & 1.00 & 0.06 \\ & & 1.44 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{a0} = \begin{bmatrix} 0.490 & 1.12 & -10.21 \\ & 7.00 & -0.24 \\ & & 94.09 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} 0.686 & 2.45 & 17.12 \\ & 11.00 & 2.78 \\ & & 156.25 \end{bmatrix}$$

a) V matrikah manjkajo elementi v spodnjem levem kotu matrike. Popolnite matrike varianc in kovarianc!

b) Koliko lastnosti je obdelano v večlastnostnem modelu?

c) Koliko je v modelu naključnih vplivov? Navedite jih!

d) Izračunajte heritabilitete za vse lastnosti!

e) Kaj predstavlja $var(\mathbf{u}_r)$? Nastavite matriko in vsem elementom določite vrednosti.

f) Izračunajte genetsko korelacijo med prvo in tretjo lastnostjo! Kaj pomeni?

g) Izračunajte korelacijo za ostanek med drugo in tretjo lastnostjo! Kaj pomeni?

h) Prikažite (simbolično) strukturo matrike genetskih varianc in kovarianc v matrični obliki! Obrazložite oznake!

i) Vzemite, da imata živali istega očeta in sta iz različnih čred (tudi materi sta različni). Izvrednotite: $cov(y_{ijk}, y_{i'j'k'}) =$

Naloga 147:

Pri izračunu komponent variance smo dobili naslednje rezultate za živali iz več čred. Sorodstvo je predstavljeno v matriki sorodstva.

$$\mathbf{G}_{h0} = \begin{bmatrix} 6.00 & 4.75 \\ & 38.44 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{a0} = \begin{bmatrix} 7.00 & -0.24 \\ & 94.09 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} 11.00 & 2.78 \\ & 156.25 \end{bmatrix}$$

a) V matrikah manjkajo elementi v spodnjem levem kotu matrike. Popolnite matrike varianc in kovarianc!

b) Koliko lastnosti imamo v modelu?

c) Kaj predstavlja $var(\mathbf{u}_h)$? Nastavite matriko in vsem elementom določite vrednosti!

d) Kaj predstavlja $var(\mathbf{u}_a)$? Nastavite matriko in prikažite rezultat s Kronecker produktom?

e) Nastavite matriko varianc in kovarianc za vpliv živali!

f) Nastavite matriko varianc in kovarianc za ostanek!

g) Predstavite matrike varianc in kovarianc iz b), c) in d) z direktno vsoto ali Kronecker produktom!

h) Vzemite, da sta živali oče in sin. Izvrednotite: $cov(y_{ijkl}, y_{i'j'kl'}) =$

i) Vsota kvadratov pri kvadratni obliki $\mathbf{y}'\mathbf{Q}\mathbf{y} = 38430$, pričakovana vrednost kvadratne oblike ($E(\mathbf{y}'\mathbf{Q}\mathbf{y})$) pa je $915\sigma_h^2$. Ocenite varianco za skupno okolje v čredi! Koliko čred je bilo vključenih?

Naloga 148:

V tej nalogi boste natančno prikazali strukturo varianc in kovarianc za **model iz naloge 2**. Pri izračunu komponent variance smo dobili naslednje rezultate:

$$\mathbf{G}_{g0} = \begin{bmatrix} 0.588 & 0.84 \\ & 6.00 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{a0} = \begin{bmatrix} 0.490 & 1.12 \\ & 7.00 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} 0.686 & 2.45 \\ & 11.00 \end{bmatrix}$$

a) V matrikah manjka element v spodnjem levem kotu. Popolnite matrike varianc in kovarianc!

b) Kaj predstavlja $\text{var}(\mathbf{u}_g)$? Nastavite matriko in vsem elementom določite vrednosti.

c) Nastavite matriko varianc in kovarianc za vpliv živali!

d) Nastavite matriko varianc in kovarianc za ostanek!

e) Predstavite matrike varianc in kovarianc iz b), c) in d) z direktno vsoto ali Kronecker produktom!

f) Vzemite, da sta živali iz istega gnezda. Izvrednotite: $\text{cov}(y_{ijkl}, y_{ijkl'}) =$

Naloga 149:

V tej nalogi boste natančno prikazali strukturo varianc in kovarianc za **model iz naloge 2**. Pri izračunu komponent variance smo dobili naslednje rezultate:

$$\mathbf{G}_{g0} = \begin{bmatrix} 0.625 & 1.84 \\ & 6.00 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{a0} = \begin{bmatrix} 1.563 & 1.12 \\ & 7.00 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} 4.062 & 2.45 \\ & 11.00 \end{bmatrix}$$

a) V matrikah manjka element v spodnjem levem kotu. Popolnite matrike varianc in kovarianc!

b) Kaj predstavlja $\text{var}(\mathbf{u}_g)$? Nastavite matriko in vsem elementom določite vrednosti.

c) Nastavite matriko varianc in kovarianc za vpliv živali!

d) Nastavite matriko varianc in kovarianc za ostanek!

e) Predstavite matrike varianc in kovarianc iz b), c) in d) z direktno vsoto ali Kronecker produktom!

f) Vzemite, da sta živali iz različnega gnezda, a imata oba starša ista. Izvrednotite: $\text{cov}(y_{ijkl}, y_{ijkl'}) =$

Naloga 150:

V tej nalogi boste natančno prikazali strukturo varianc in kovarianc za model iz naloge 2.

Predpostavite, da znaša genetska varianca za telesno maso 36 kg^2 ob rojstvu in 64 kg^2 ob odbiri. Skupno okolje v gnezdu pojasni pri obeh lastnostih četrtno fenotipske variance, vpliv živali pa šestino za prvo telesno maso in samo devetino za drugo telesno maso. Korelacija med meritvama je 0.3 za skupno okolje v gnezdu, 0.6 za vpliv živali in -0.1 za ostanke.

a) Koliko znaša povprečna vrednost za napovedi plemenskih vrednosti in napovedi za skupno okolje v gnezdu?

b) Izračunajte fenotipski varianci za obe lastnosti in kovarianco med njima!

c) Izračunajte standardna odklona za obe lastnosti!

d) Izračunajte varianci za skupno okolje v gnezdu za obe lastnosti in kovarianco med njima za skupno okolje v gnezdu!

e) Izračunajte genetski varianci za obe lastnosti in genetsko kovarianco med njima!

f) Izračunajte genetska standardna odklona za obe lastnosti!

g) Izračunajte varianci za ostanek za obe lastnosti in kovarianco med njima za ostanek!

h) Pri prvi lastnosti narišite porazdelitev za plemenske vrednosti in nakažite intervale, kjer se nahaja 2.5 % najboljših plemenskih vrednosti! Graf primerno opremite!

i) Pri prvi lastnosti narišite porazdelitev napovedi za vpliv skupnega okolja v gnezdu in nakažite intervale, kjer se nahaja 2.5 % najboljših napovedi! Graf primerno opremite!

j) Pri prvi lastnosti navedite, na katerem intervalu pričakujemo plemenske vrednosti!

k) Vzemite, da imata živali različnega očeta in isto mater. Živali izhajata iz istega gnezda. Izvrednotite: $cov(y_{ijkl}, y_{ijk'l'}) =$

l) Vzemite, da imata živali istega očeta, a različno mater, zato sta tudi iz različnega gnezda. Izvrednotite: $cov(y_{ijkl}, y_{ijk'l'}) =$

m) Vzemite, da imata živali istega očeta, isto mater in sta tudi iz istega gnezda. Izvrednotite: $cov(y_{ijkl}, y_{ijk'l'}) =$

n) Vzemite, da sta pri živalih materi sestri, očeta pa neznana. Izvrednotite: $cov(y_{ijkl}, y_{ijk'l'}) =$

o) Izračunajte $cov(5y_{ijkl}, 1/5g_{ijk}) =$

p) Vzemite, da imata živali istega očeta in isto mater, a sta iz različnega gnezda. Izvrednotite: $cov(y_{ijkl}, y_{ijk'l'}) =$

q) Izračunajte $cov(3y_{ijkl}, 2a_{ijk'l'}) =$

Naloga 151:

V tej nalogi boste natančno prikazali strukturo varianc in kovarianc za model iz naloge 2.

a) Predpostavite, da znaša fenotipska varianca za telesno maso ob koncu vzreje 56000 kg^2 in 40000 kg^2 na koncu predpitanja. Skupno okolje v hlevu pojasni pri obeh lastnostih desetino variance, vpliv živali pa četrtno za prvo telesno maso in samo petino za drugo telesno maso. Korelacija med meritvama je -0.3 za skupno okolje v hlevu, 0.6 za vpliv živali in -0.1 za ostanke. Spodnjim matrikam določite red, izračunajte komponente varianc in kovarianc in dopolnite matrike:

$$\mathbf{G}_{g0} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_{a0} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}$$

b) Nastavite matriko varianc in kovarianc za skupno okolje v hlevu!

c) Nastavite matriko varianc in kovarianc za vpliv živali!

d) Nastavite matriko varianc in kovarianc za ostanek!

e) Predstavite matrike varianc in kovarianc v tem modelu z direktno vsoto ali Kronecker produktom!

f) Vzemite, da imata živali istega očeta, isto mater in sta tudi iz istega hleva. Izvrednotite: $cov(y_{ijkl}, y_{ijk'l'}) =$

g) Vzemite, da imata živali istega očeta in isto mater, a sta iz različnega hleva. Izvrednotite: $cov(y_{ijkl}, y_{ijk'l'} | a_{ijkl}) =$

h) Vzemite prvo in drugo lastnost, izmerjeni na živalih, ki imata istega očeta, a različno mater in sta iz različnega hleva. Izvrednotite: $cov(y_{1ijkl}, y_{2ijk'l'}) =$

9.2 Tabela ANOVA

9.2.1 Model z dvema vplivoma z nivoji in regresijo

Vir	Stopinje prostosti	Vsota kvadratov	Srednji kvadrat	F-vrednost	P-vrednost
Spol	1	54638			0.0553
Sezona	3	649781			<0.0001
Starost	1	2573037			<0.0001
Ostanek		17557876			
CTSS	1188	20901500			

Naloga 152:

- a) Dopolnite tabelo!
- b) Koliko sezon je trajal poskus?
- c) Koliko nivojev imajo vplivi z razredi?
- d) Ali so v modelu kvantitativni vplivi?
- e) Kako je v model vključena starost?
- f) Ali bi lahko uporabili vsoto kvadratov tipa I? Utemeljite!
- g) Ali bi lahko uporabili vsoto kvadratov tipa II za preizkus hipotez? Utemeljite!
- h) Izračunajte varianco za ostanek!
- i) Interpretirajte rezultate!

9.2.2 Model z dvema vplivoma z nivoji in regresijo

Vir variabilnosti	Stopinje prostosti	Vsota kvadratov	Srednji kvadrat	F- vrednost	P- vredost
Spol	1		54638		0.0553
Sezona	3		216594		<0.0001
Starost	1		2573037		<0.0001
Ostanek		17557876			
CTSS	1188	20901500			

Naloga 153:

- a) Dopolnite tabelo!
- b) Koliko sezon je trajal poskus?
- c) Koliko nivojev imajo vplivi z razredi?
- d) Ali so v modelu kvantitativni vplivi? Utemeljite!
- e) Ali bi lahko uporabili vsoto kvadratov tipa I? Utemeljite!
- f) Ali bi lahko uporabili vsoto kvadratov tipa II? Utemeljite!
- g) Izračunajte standardni odklon za ostanek?
- h) Interpretirajte rezultate!
- i) Napišite enačbo modela v skalarni obliki?
- j) Je model sistematski, naključni ali mešani?

9.2.3 Model z dvema vplivoma z nivoji in regresijo

Vir variabilnosti		Stopinje prostosti	Vsota kvadratov	Srednji kvadrat	F- vrednost	P- vredost
Spol		1		54638		0.0553
Sezona		3		216594		<0.0001
Starost	b_I	1		2573037		<0.0001
	b_{II}	1		190068		0.0003
Ostanek			17557876			
CTSS		1188	20901500			

Naloga 154:

- a) Dopolnite tabelo!
- b) Koliko sezon je trajal poskus?
- c) Koliko nivojev imajo vplivi z razredi?
- d) S katero funkcijo smo vključili starost v model?
- e) Ali so v modelu kvantitativni vplivi? Utemeljite!
- f) Ali bi lahko uporabili vsoto kvadratov tipa I? Utemeljite!
- g) Ali bi lahko uporabili vsoto kvadratov tipa II? Utemeljite!
- h) Izračunajte standardni odklon za ostanek?
- i) Interpretirajte rezultate!
- j) Napišite enačbo modela v skalarni obliki?
- k) Je model sistematski, naključni ali mešani?

9.2.4 Model z dvema vplivoma brez interakcije

Vir	Stopinje prostosti	Vsota kvadratov	Srednji kvadrat	F-vrednost	P-vredost
Skupina	1	6151			<0.0001
Spol	1	37			0.2534
Ostanek	37	1005			
CTSS		7192			

Naloga 155:

- a) Dopolnite tabelo!
- b) Koliko sezon je trajal poskus?
- c) Koliko nivojev imajo vplivi z razredi?
- d) Ali so v modelu kvantitativni vplivi? Utemeljite!
- e) Ali bi lahko uporabili vsoto kvadratov tipa I? Utemeljite!
- f) Ali bi lahko uporabili vsoto kvadratov tipa II? Utemeljite!
- g) Izračunajte standardni odklon za ostanek?
- h) Interpretirajte rezultate!
- i) Napišite enačbo modela v skalarni obliki?
- j) Je model sistematski, naključni ali mešani?

9.2.5 Modela z dvema vplivoma z interakcijo

Vir variabilnosti	Stopinje prostosti	Vsota kvadratov	Srednji kvadrat	F-vrednost	P-vrednost
Skupina	1	6151			<0.0001
Spol	1	37			0.2534
Skupina*spol		200			0.0107
Ostanek	36	805			
CTSS		7192			

Naloga 156:

- a) Dopolnite tabelo!
- b) Koliko nivojev imajo vplivi z razredi?
- c) Koliko stopinj prostosti porabimo za interakcijo med glavnima vplivoma?
- d) Koliko opazovanj smo zbrali v poskusu?
- e) Ali so v modelu kvantitativni vplivi? Utemeljite!
- f) Ali bi lahko uporabili vsoto kvadratov tipa I? Utemeljite!
- g) Ali bi lahko uporabili vsoto kvadratov tipa II? Utemeljite!
- h) Izračunajte standardni odklon za ostanek?
- i) Interpretirajte rezultate!
- j) Napišite enačbo modela v skalarni obliki?
- k) Je model sistematski, naključni ali mešani?

9.2.6 Poskus pitanja merjascev

V nekem drugem poskusu, kjer smo primerjali dnevni prirast svinjk, merjascev in kastratov, smo opravili 10000 meritev. Poskus smo izvajali na eni farmi, a je trajal polni dve leti. Ker so bile živali ob zakolu različno stare, smo opravili korekcijo na starost in sicer na 160 dni. Prikazujemo vrednosti iz analize vsote kvadratov tipa III.

Vir variabilnosti	Stopinje prostosti	Vsota kvadratov	Srednji kvadrat	F-vrednost	p-vrednost
Spol			54638		0.0553
Leto-mesec			1660		0.2034
Starost	b_I		653037		<0.0001
	b_{II}		168		89.777
Ostanek		17557876			

Naloga 157:

- a) Popolnite tabelo za analizo variance!
- b) Koliko znaša standardni odklon za ostanek?
- c) Privzemite, da so p-vrednosti pravilne! Interpretirajte rezultate! Kolikor je le mogoče, poskusite dati večji poudarek vsebini.

- d)** Ali je model optimalen? Bi lahko na osnovi te tabele predlagali primernejšega?
- e)** Bi lahko model izboljšali, če bi poleg interakcije med letom in mesecem dodali še glavna vpliva leto in mesec? Utemeljite!
- f)** Ali bi lahko uporabili za analizo vsoto kvadratov tipa I? Utemeljite!
- g)** Napišite vse elemente modela v skalarni obliki!
- h)** Napišite vse elemente modela v matrični obliki!
- i)** Ali lahko vključimo v model tudi farmo? Utemeljite!

Poglavje 10

Ocena komponent variance

10.1 Metoda najmanjših kvadratov

Pred zakolom smo stehali 1000 prašičev.

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}$$

$$\boldsymbol{\beta}' = \left[\mu \quad P_1 \quad P_2 \quad P_3 \quad P_4 \quad S_1 \quad \cdots \quad S_{21} \quad b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \right]$$

$$\mathbf{y} \sim (\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}, \mathbf{R})$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{I}\sigma_e^2$$

1. Poiščite kvadratno obliko za vsoto ostankov po metodi najmanjših kvadratov!
2. Poiščite matriko kvadratne oblike za model po metodi najmanjših kvadratov!
3. Kaj moramo preveriti, predno uporabimo F-test?
4. Napišite vse elemente modela v skalarni obliki!
5. Poiščite kvadratno obliko za srednjo vrednost po metodi najmanjših kvadratov!
6. Poiščite kvadratno obliko za korigirano skupno vsote kvadratov po metodi najmanjših kvadratov!
7. Za vse matrike kvadratnih oblik (\mathbf{Q}) v zgoraj omenjenih vsotah tehtanih kvadratov, če je produkt \mathbf{QV} idempotenten?
8. Kako se imenujejo matrike, pri katerih velja: $\mathbf{AVAV} = \mathbf{AV}$?
9. Izračunajte: $(\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{X})^{-1})\mathbf{X} =$
10. Za vse kvadratne oblike pri zgornjih vprašanih poiščite pričakovano vrednost!
11. Poiščite $tr \begin{bmatrix} 7 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 10 \end{bmatrix} =$
12. Ali drži, da je $tr(\mathbf{ABCD}) = tr(\mathbf{ACBD})$?
13. Poiščite $tr(\mathbf{R}^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X})!$
14. Poiščite $tr(\mathbf{I} - \mathbf{R}^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X})!$
15. Kako preverimo ocenljivost linearnih kombinacij parametrov v matriki \mathbf{K} ? Navedite matriko, ki jo pri tem uporabimo?
16. Koliko komponent variance moramo oceniti v tem primeru? Naštejte jih?
17. Kvadratna oblika za ostanek ima vrednost 218250 kg^2 ? Koliko znaša varianca za ostanek in koliko standardni odklon?

10.2 Metoda tehtanih najmanjših kvadratov

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}$$

$$\boldsymbol{\beta}' = \left[\mu \quad P_1 \quad P_2 \quad P_3 \quad P_4 \quad S_1 \quad \cdots \quad S_{21} \quad b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \right]$$

$$\mathbf{y} \sim (\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}, \mathbf{R})$$

$$\mathbf{R} = \sum^{\oplus} \sigma_{ei}^2$$

1. Poiščite kvadratno obliko za vsoto ostankov po metodi tehtanih najmanjših kvadratov!
2. Poiščite matriko kvadratne oblike za model po metodi tehtanih najmanjših kvadratov!
3. Kaj moramo preveriti, predno uporabimo F-test?
4. Napišite vse elemente modela v skalarni obliki!
5. Poiščite kvadratno obliko za srednjo vrednost po metodi tehtanih najmanjših kvadratov!
6. Poiščite kvadratno obliko za korigirano skupno vsote kvadratov po metodi tehtanih najmanjših kvadratov!
7. Za vse matrike kvadratnih oblik v zgoraj omenjenih vsotah tehtanih kvadratov, če so idempotentne?
8. Kako se imenujejo matrike, pri katerih velja: $\mathbf{AVAV} = \mathbf{AV}$?
9. Izračunajte: $(\mathbf{R}^{-1} - \mathbf{R}^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{R}^{-1})\mathbf{X} =$
10. Za vse kvadratne oblike pri zgornjih vprašanjih poiščite pričakovano vrednost!

$$11. \text{ Poiščite } tr \begin{bmatrix} 7 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 10 \end{bmatrix} =$$

$$12. \text{ Ali drži, da je } tr(\mathbf{ABCD}) = tr(\mathbf{ACBD})?$$

$$13. \text{ Poiščite } tr(\mathbf{R}^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}')!$$

14. Kako preverimo ocenljivost linearnih kombinacij parametrov v matriki \mathbf{K} ? Navedite matriko, ki jo pri tem uporabimo?

15. Koliko komponent variance moramo oceniti v tem primeru? Naštejte jih?

10.3 Metoda splošnih najmanjših kvadratov

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}_g\mathbf{g} + \mathbf{Z}_a\mathbf{a} + \mathbf{e}$$

$$\boldsymbol{\beta}' = \left[\mu \quad P_1 \quad P_2 \quad P_3 \quad P_4 \quad S_1S_2M_1 \quad \cdots \quad M_{21} \quad b_{I1} \quad b_{II1} \quad b_{I2} \quad b_{II2} \right]$$

$$\mathbf{y} \sim (\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}, \mathbf{V})$$

$$\mathbf{R} = \sum^{\oplus} \sigma_{ei}^2$$

1. Poiščite kvadratno obliko za vsoto ostankov po metodi splošnih najmanjših kvadratov!
2. Poiščite matriko kvadratne oblike za model po metodi splošnih najmanjših kvadratov!
3. Kaj moramo preveriti, predno uporabimo F-test?
4. Napišite vse elemente modela v skalarni obliki!

5. Poiščite kvadratno obliko za srednjo vrednost po metodi tehtanih najmanjših kvadratov!
6. Poiščite kvadratno obliko za korigirano skupno vsote kvadratov po metodi splošnih najmanjših kvadratov!
7. Za vse matrike kvadratnih oblik (\mathbf{Q}) v zgoraj omenjenih vsotah splošnih kvadratov, če so produkti \mathbf{QV} idempotenten?
8. Kako so porazdeljeni ostanki?
9. Kako so porazdeljene meritve?
10. Dokažite, da je **produkt** matrike $\left(\mathbf{V}^{-1} - \mathbf{V}^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\right)$ z matriko \mathbf{V} idempotentna matrika!
11. Ali je možna interakcija med pasmo (P) in spolom (S)?
12. Kako se imenujejo matrike, pri katerih velja: $\mathbf{AVAV} = \mathbf{AV}$?
13. Izračunajte: $\left(\mathbf{V}^{-1} - \mathbf{V}^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\right)\mathbf{X} =$
14. Za vse kvadratne oblike pri zgornjih vprašanjih poiščite pričakovano vrednost!
15. Poiščite $tr \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 10 \end{bmatrix} =$
16. Ali drži, da je $tr(\mathbf{ABCD}) = tr(\mathbf{ACBD})$?
17. Poiščite $tr\left(\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}\right)!$
18. Kako preverimo ocenljivost linearnih kombinacij parametrov v matriki \mathbf{K} ? Navedite matriko, ki jo pri tem uporabimo?
19. Koliko komponent variance moramo oceniti v tem primeru? Naštejte jih?