

Poglavje 1

Razvoj statističnih modelov

V naslednjih vajah bomo utrdili izračun osnovnih statistik in razvoj statističnih modelov. Priporočamo, da so vsi postopki in izračuni pregledno urejeni. Ko se na sistem navadite, prihranite veliko časa pri reševanju naloge, zmanjšate možnost napak in povečate preglednost. Ni nujno, da privzamete priporočen sistem, lahko razvijete svojega, če vam bo to olajšalo delo. Pri tem morate paziti, da bo postopek dovolj splošen, da vas pri bolj kompleksnih problemih ne zavede na napačne rešitve. Potrudili se bomo pri pregledovanju, iz novih postopkov spoznamo, kako razmišljate. Tako se od vas tudi učimo, tako iz pravilnih rešitev kot tudi iz napak. Primere bomo uporabljali tudi kasneje, zato rezultate skrbno uredite, da jih bomo lahko uporabili.

Pri izračunu osnovnih statistik lahko uporabljajte statistične programe samo za preveritev rezultatov, pri izračunih pa lahko uporabite le osnovne računske operacije na kalkulatorjih. Rezultati ne kažejo nujno smiselnih rezultatov, saj temeljijo le na majhnem številu meritev, ki omogočajo vajo brez statističnih orodij. Vaje lahko izbirate po posebnostih, ki jih prikazujejo, dodatne vaje pa omogočajo tudi utrditev snovi. Rezultate vedno prikažite v preglednici ali sliki, tudi če to ni zahtevano.

1.1 Vaje iz osnovnih statistik

V tem poglavju navajamo nekaj nalog, ki poudarjajo povezanost statistik. Več vaj za izračun osnovnih statistik boste našli v naslednjem poglavju.

Naloga 1: Porazdelitve

- Opravili smo 100 meritev za neko lastnost in ugotovili, da je lastnost normalno porazdeljena, s srednjo vrednostjo 15 in standardno napako ocene 0.2!
 - Narišite porazdelitev in na grafu pokažite, kje se nahaja 99 % podatkov! Graf lahko samo skicirate, vendar naj bo zadostno opremljen!
 - Ali naslednje vrednosti spremenljivke predstavljajo verjetnega osamelca v zgornjem primeru? Utemeljite!
24 _____ 12 _____ 17 _____
- Opravili smo 100 meritev, s srednjo vrednostjo 750 g in standardno napako srednje vrednosti 5.0 g!
 - Na grafu pokažite, kje se nahaja 95 % podatkov! Graf izrišite ročno, vendar naj bo zadostno opremljen!
 - Izvednotite tudi standardni odklon in varianco!
 - Ali naslednje vrednosti spremenljivke predstavljajo verjetnega osamelca v zgornjem primeru? Utemeljite!
730 _____ 580 _____ 810 _____

Naloga 2: Regresija in korelacija

1. Ponazorite vpliv starosti na maso mladic za rast od rojstva do starosti 200 dni. Povprečna rojstna masa je 1.5 kg, povprečni prirast na celotnem intervalu pa 600 g/dan.
 - (a) Narišite grafikon! Grafikon lahko samo skicirajte, vendar naj bo zadostno opremljen!
 - (b) Navedite regresijski koeficient!
 - (c) Koliko mladice v povprečju tehtajo pri 200 kg?
2. Ponazorite vpliv starosti mladic na velikost gnezda pri prašičih. Povprečna velikost gnezda pri mladicah je 9.75 živorojenih pujskov pri 350 dni. Uporabili smo lahko linearno regresijo. Na intervalu med starostjo 330 dni in 370 dni se velikost gnezda povečuje za 0.025 pujska/dan.
 - (a) Narišite grafikon! Grafikon lahko samo skicirajte, vendar naj bo zadostno opremljen!
 - (b) Navedite regresijski koeficient!
 - (c) Koliko je povprečno živorojenih pujskov v gnezdu pri starosti 330 dni in 370 dni? Graf izrišite ročno, vendar ga zadostno opremito!
3. Ponazorite vpliv starosti mladic na velikost gnezda pri prašičih na treh farmah. Povprečna velikost gnezda pri mladicah je 9.75 živorojenih pujskov na farmi A, 12.10 na farmi B in 8.80 na farmi C pri starosti 350 dni. Na intervalu med starostjo 330 dni in 370 dni se gnezdo povečuje za 0.025 pujska/dan na farmi A, 0.015 pujska/dan na farmi B in 0.030 pujska/dan na farmi C.
 - (a) Narišite grafikon! Grafikon lahko samo skicirajte, vendar naj bo zadostno opremljen!
 - (b) Navedite regresijske koeficiente!
 - (c) Navedite razlike v velikosti gnezda med farmami pri starosti 370 dni? Graf izrišite ročno, vendar ga zadostno opremito!
4. Mesnatost prašičev smo opazovali pri masah klavnih polovic od 50 do 120 kg. Pri povprečni masi toplih klavnih polovic 88 kg pri hibridu 1244 je 60.6 % in se zmanjšuje za 0.08 %/kg. Pri hibridu 1233 smo zabeležili nekoliko nižjo mesnatost (59.5 %) pri nekoliko višji povprečni masi toplih klavnih polovic (92 kg) in se zmanjšuje za 0.10 %/kg.
 - (a) Narišite grafikon! Grafikon lahko samo skicirajte, vendar naj bo zadostno opremljen!
 - (b) Navedite regresijske koeficiente!
 - (c) Navedite razlike v mesnatosti med farmama pri povprečnih masah klavnih 80 in 90 kg? Graf izrišite ročno, vendar ga zadostno opremito!
5. Korelacija med količino pridelka na hektar in oskrbo tal z vodo znaša 0.9. Kolikšen del variance količine pridelka bi pojasnili z vplivom vlažnosti tal?
6. Korelacija med konverzijo krme in debelino hrbtne slanine znaša -0.30. Kolikšen del variance za debelino hrbtne slanine bi pojasnili s konverzijo krme?

Naloga 3: Ogrevanje gnezd I

Pri pujskih v gnezdih smo od rojstva do odstavitve spremljali porabo električne energije za ogrevanje gnezd. Gnezda smo odstavljali pri starosti 30 dni. Predpostavimo tudi, da v poskusu ni bilo poginov. Skupna poraba energije v poskusu je 1190.0 kWh. Standardna napaka ocene za povprečno porabo energije je znašala 0.069 kWh. Vsota kvadratnih odklonov za porabo energije je $3449.94 (kWh)^2$, za starost pujskov pa $98729.99 dni^2$. Vsota produktov med odkloni spremenljivk znaša -11237.58 kWh dan.

Izračunajte:

- Število opazovanj (število gnezd)
- Standardni odklon za porabo energije
- Korelacijo med spremenljivkama
- Kovarianco med spremenljivkama
- Regresijski koeficient, ki pojasni vpliv dneva laktacije na porabo energije
- Ali se, glede na rezultate poskusa, poraba energije s starostjo pujskov povečuje oziroma znižuje?
- Narišite grafikon, ki bo ponazoril povezavo med dolžino laktacije in porabo energije za ogrevanje gnezda!
- Narišite porazdelitev starosti pujskov v celotnem poskusu!

Naloga 4: Ogrevanje gnezd II

V poskusu je bilo 1620 opazovanj. Skupna poraba energije v poskusu je 2255.0 kWh , povpreče za dan laktacije pa znaša 15.0 dni . Vsota kvadratnih odklonov za porabo energije je 1492.56 $(kWh)^2$, za dan v laktaciji pa 98729.99 dni^2 . Vsota produktov med odkloni spremenljivk znaša -9237.58 $kWhdni$.

Izračunajte:

- Standardni odklon za porabo energije
- Standardno napako ocene za povprečno porabo energije
- Korelacijo med spremenljivkama
- Kovarianco med spremenljivkama
- Regresijski koeficient, ki pojasni vpliv dneva laktacije na porabo energije
- Narišite grafikon, ki bo ponazoril povezavo med dolžino laktacije in porabo energije za ogrevanje gnezda!

Tabela 1.1: Podatki iz poskusa rasti jagnjet v času do odstavitve

Čreda	Krma	Vel. gn.	Spol. jag.	Zap. jagnjitev	Jagnje	Mati	Oče	Rojstna masa (kg)	Ob odstavitvi starost (dni)	masa (kg)	DP (g/dan)
1	1	1	m	mladica	14/1	14	12	3.2	120	25.2	183
1	1	2	ž	stara ovca	15/4	15	12	3.5	115	30.6	236
1	3	2	ž	stara ovca	15/3	15	12	3.8	115	28.7	217
1	2	3	m	mladica	16/1	16	12	3.4	121	27.4	198
1	3	3	m	mladica	16/2	16	12	3.0	115	25.4	195
1	1	3	m	mladica	17/1	17	12	3.6	132	27.8	183
1	2	2	ž	stara ovca	18/2	18	12	3.9	114	27.3	205
2	2	1	m	mladica	19/1	19	13	2.8	118	-	-
2	3	1	m	stara ovca	20/6	20	13	3.7	124	29.2	206
2	1	3	ž	stara ovca	21/7	21	13	4.3	130	34.8	235
2	3	4	ž	stara ovca	22/4	22	12	4.1	114	28.7	216
2	1	1	ž	mladica	23/1	23	13	3.6	125	24.3	166

1.2 Vaje iz pisanja statističnih modelov

Naloga 5: Dopolnilna krma jagnjet do odstavitve

V poskusu smo pri dveh rejcih preizkušali dopolnilno krmo za jagnjeta. Zanimala nas je rast jagnjet v času do odstavitve. Podatki so zbrani v tabeli 1.1.

a) Utrdimo osnovno statistično obdelavo!

- Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po čredah in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!
- Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!
- Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv rojstne mase na lastnosti ob odstavitvi!
- Izračunajte korelacije med rojstno in lastnostmi ob odstavitvi!
- Katere statistike najboljše prikažejo vpliv velikosti gnezda na rojstno maso in meritve ob odstavitvi? Prikažite v preglednici ali na grafih!
- V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!

b) Osredotočite se samo na rojstno maso!

- Navedite odvisne spremenljivke!
- Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- Naštejte glavne vplive, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
- Napišite vse elemente osnovnega modela v skalarni obliki!
- V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!
- Določite možne vplive!
- Napišite vse elemente možnega modela v skalarni obliki!
- V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!

Tabela 1.2: Podatki iz preizkusa dopolnilne krme za teleta

Rejec	Pasma	Spol	Krma	Žival	Mati	Oče	Rojstna masa (kg)	Starost ob odst. (dni)	Masa ob odst. (kg)	Dnevni prirast (g/dan)
1	1	z	5	1	21	13	37.0	172	198.0	936
1	1	m	6	12	29	14	50.5	197	219.5	858
1	2	m	6	2	24	14	48.5	216	245.5	910
1	3	z	5	8	27	13	39.0	180	203.5	914
2	1	z	5	9	35	14	51.5	211	239.0	889
2	2	m	5	5	30	13	39.5	179	199.5	894
2	2	z	6	10	20	13	47.5	171	198.5	883
2	3	m	6	3	27	13	50.0	187	224.5	993
3	1	z	5	4	23	13	42.0	190	206.0	863
3	2	m	6	7	32	14	46.0	216	245.0	921
3	3	z	6	6	29	14	45.5	201	222.0	878
3	3	m	5	11	22	13	43.0	184	210.0	908

- Komentirajte osnovni in možni model:
 - če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 1.1
 - če imamo večje število podatkov ($n = 1000$)

c) Ponovite vajo za odstavitveno maso in dnevni prirast od rojstva do odstavitve!

Naloga 6: Dopolnilna krma za teleta

V poskusu pri treh rejcih smo preiskovali krmo (seno oz. silažo primerljive kakovosti med rejci) za teleta. Zanimala nas je masa telet ob rojstvu in odstavitvi.

- Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po rejcih in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!
- Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!
- Izračunajte regresijski koeficient, ki opisuje vpliv rojstne mase na lastnosti ob odstavitvi!
- Izračunajte korelacije med rojstno in lastnostmi ob odstavitvi!
- Katere statistike najboljše prikažejo vpliv velikosti gnezda na rojstno maso in meritve ob odstavitvi? Prikažite v preglednici ali na grafih!
- V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!<

b) Osredotočite se samo na rojstno maso!

- Navedite odvisne spremenljivke!
- Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- Naštejte glavne vplive, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
- Kako sta klasificirana vpliva rejec in pasma?
- Napišite vse elemente osnovnega modela v skalarni obliki!
- V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!
- Določite možne vplive!

Tabela 1.3: Podatki iz poskusa vpliva starosti ovc ob jagnjitvi na rast jagnjet v času do prodaje

Krma	Rejec	Vel. gn.	Spol jag.	Starost (dni)	Jagnje	Mati	Oče	Rojstna masa (kg)	Prodaja star. (dni)	Prodaja masa(kg)	DP (g/dan)
1	1	2	m	370	1	20	16	3.3	150	35.2	213
1	1	2	m	370	2	21	16	3.5	165	40.6	225
1	1	1	ž	720	3	21	16	3.4	145	33.7	209
1	1	1	ž	350	4	22	16	3.9	132	27.8	181
1	2	2	m	390	5	23	17	3.2	144	38.4	244
1	2	2	m	390	6	23	17	2.9	134	34.3	234
1	2	1	m	670	7	24	17	3.1	125	28.7	205
1	3	2	ž	740	8	25	18	2.8	135	31.4	212
1	3	2	ž	740	9	25	18	2.9	124	27.3	197
1	3	2	m	670	10	26	18	3.5	114	24.7	186
1	3	1	ž	690	11	27	18	4.3	130	34.8	235
1	4	1	ž	380	12	28	19	3.8	148	37.5	228
1	4	2	m	880	13	29	19	3.7	124	29.2	206
1	4	2	ž	910	14	30	19	3.6	125	24.3	166

- Napišite vse elemente možnega modela v skalarni obliki!
- V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!
- Komentirajte osnovni in možni model:
 - če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 1.1
 - če imamo večje število podatkov ($n = 1000$)
- V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb. Pri tem upoštevajte, da smo meritve opravili na 30000 živalih, iz porekla pa je dodanih še 500 staršev.

c) Ponovite vajo za odstavitveno maso in dnevni prirast od rojstva do odstavitve!

Naloga 7: Vpliv starosti ovc na rast jagnjet od rojstva do prodaje

Pri različnih rejcih smo izvedli preizkus rasti jagnjet od rojstva do prodaje v povezavi s starostjo mater ob jagnjitvi. Podatke prikazujemo v preglednici 1.3.

a) Utrdimo osnovno statistično obdelavo!

- Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po spolu in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!
- Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!
- Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv starosti matere ob jagnjitvi prikazane lastnosti!
- Izračunajte korelacije med starostjo matere ob jagnjitvi in prikazanimi lastnostmi!
- V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!

b) Osredotočite se na rojstno maso jagnjet!

- Navedite odvisne spremenljivke!

Tabela 1.4: Podatki o trupih iz linije klanja

Žival	Oče	Mati	Zap. pras.	Spol	Skupina	Genotip	Telesna masa (kg)	Meritev(mm)		Debelina hrbtnne mišice (mm)		
								S	M	DHM1	DHM2	DHM3
1	13	14	10	svinjka	40	1244	113	11	82	81.3	79.4	80.2
2	13	14	10	kastrat	41	1244	106	9	78	76.0	74.0	75.2
3	13	14	10	svinjka	42	1244	119	12	84	81.0	83.4	85.0
4	13	15	1	kastrat	40	1244	107	10	91	93.2	92.0	92.8
5	13	15	1	svinjka	41	1244	101	8	75	74.9	73.6	72.7
6	13	15	1	kastrat	42	1244	106	9	9	84.8	84.2	85.6
7	18	16	8	svinjka	30	1233	117	12	77	75.8	78.0	76.3
8	18	16	8	kastrat	31	1233	120	13	90	88.2	84.9	86.5
9	18	16	8	svinjka	32	1233	125	15	87	85.2	86.3	14.3
10	18	17	4	kastrat	30	1233	117	13	85	79.7	80.1	82.0
11	18	17	4	svinjka	31	1233	108	16	77	73.2	75.5	-
12	18	17	4	kastrat	32	1233	121	14	86	84.1	83.9	85.2

- Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- Naštejte glavne vplive, jih označite in navedite osnovne značilnosti! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
- Napišite vse elemente osnovnega modela v skalarni obliki!
- V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!
- Določite možne vplive!
- Napišite vse elemente možnega modela v skalarni obliki!
- V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!
- Komentirajte osnovni in možni model:
 - če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 1.3
 - če imamo večje število podatkov ($n = 10000$)

c) Ponovite vajo za maso ob prodaji in dnevni prirast od rojstva do odstavitve!

Naloga 8: Prašiči na liniji klanja

Pri prašičih smo z namenom, da izračunamo plemensko vrednost, na liniji klanja merili meritvi S in M ter debelino najdaljše hrbtnne mišice na treh sodednjih mestih. Dobili smo podatke, prikazane v preglednici 1.4. Podatki nakazujejo samo strukturo podatkov, izmerili pa smo vsega skupaj 9000 prašičev - potomcev 1500 svinj in 24 merjascev. Svinje v času poskusa so imele po dve gnezdi, bile pa so različnih starostnih skupin, a so prasile največ 10-krat, saj rejec starejše živali dosledno izloča. V pitanju so bili naseljeni v skupine po 15 živali, ločeno po genotipu. Pri ostalih vplivih so prikazani vsi nivoji.

a) Ali imamo v podatkih osamelce? Kako postopamo z njimi pri obdelavah?

b) Utrdimo osnovno statistično obdelavo!

- Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po genotipu in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!
- Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!

Tabela 1.5: Podatki iz preizkusa dopolnilne krme pri pitanju goveda pri treh rejcih

Rejec	Pasma	Spol	Krma		Žival	Rojstna masa	Začetek poskusa			Končno tehtanje		
			vrsta	(%)			star.	masa	DP01	star.	masa	DP03
1	R	ž	A	10	1	37.0	70	68.0	443	413	480	1077
1	R	m	A	15	2	48.5	80	84.5	450	423	510	1091
1	R	m	B	20	3	50.0	85	86.0	424	428	480	1005
1	R	ž	B	10	4	42.0	75	78.0	480	418	450	976
3	L	m	A	20	9	47.5	73	84.0	500	426	515	1097
3	L	ž	A	10	10	45.5	78	86.5	526	421	509	1101
3	L	m	B	15	11	46.0	69	73.5	399	412	564	1257
3	L	ž	B	20	12	48.0	79	84.0	456	422	530	1142
5	Š	ž	A	15	17	51.5	82	92.0	494	425	556	1187
5	Š	ž	A	20	18	47.5	77	84.5	481	420	521	1127
5	Š	m	B	10	19	43.0	73	79.5	500	416	564	1252
5	Š	m	B	15	20	50.5	85	90.5	491	428	534	10083

- Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv telesne mase pred zakolom na prikazane lastnosti!
 - Izračunajte korelacije med telesno maso pred zakolu in prikazanimi lastnostmi!
 - V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!
- c) Osredotočite se na debelino hrbtnne mišice! Ponovitev bomo obravnavali kot eno lastnost!
- Navedite odvisne spremenljivke!
 - Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
 - Naštejte glavne vplive, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
 - Napišite enačbo osnovnega modela!
 - Preverite možne interakcije!
 - Napišite vse elemente možnega modela!
 - V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model in ostanek!
 - Komentirajte osnovni in možni model:
 - če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 1.4
 - če imamo večje število podatkov ($n = 3000$)
- d) Ponovite nalogo s meritvama S in M!

Naloga 9: Preizkus dopolnilne krme pri pitanju goveda pri treh rejcih

V poskusu pri treh rejcih smo preiskovali dve dopolnilni krmi za pitanje telic in bikcev, ki smo ju dodajali v treh različnih količinah. Količino smo dodajali ves čas v enakem odstotku k osnovni krmi. Zanimala nas je rast od rojstva do konca poskusa. Podatki so zbrani v preglednici 1.5.

- a) Ali imamo v podatkih osamelce? Kako postopamo z njimi pri obdelavah?
- b) Utrdimo osnovno statistično obdelavo!

- Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po pasmah in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!
 - Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!
 - Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv rojstne mase na spremljane lastnosti!
 - Izračunajte korelacije med rojstno maso in spremljanimi lastnostmi!
 - V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!
- c) Obdelajmo najprej telesno maso ob začetku poskusa in dnevni prirast od rojstva do začetka poskusa (DP1)!
- Navedite odvisne spremenljivke!
 - Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
 - Naštejte glavne vplive za izbrane lastnosti, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
 - Napišite vse elemente osnovnega modela za izbrane lastnosti!
 - Izpišite vse parametre za vse vplive v osnovnem modelu!
 - V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb!
 - Razvijte možni model za izbrane lastnosti!
 - Napišite vse elemente možnega modela za izbrane lastnosti!
 - Izpišite vse parametre za vse vplive v možnem modelu!
 - V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb!
 - Kakšna je klasifikacija med rejcem in pasmo?
 - Komentirajte osnovni in možni model:
 - če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 1.5
 - če imamo večje število podatkov ($n = 300$)

d) Ponovite vajo še za lastnosti pri zadnjem tehtanju!

e) Ponovite vajo še za preizkus, kjer imajo živali znano poreklo! Kako upoštevamo poreklo v statistični obdelavi?

Naloga 10: Preizkus dopolnilne krme pri pitanju goveda pri več rejcih

V poskusu pri več rejcih smo preiskovali dve dopolnilni krmi za pitanje telic in bikcev, ki smo ju dodajali v treh različnih količinah. Količino smo dodajali ves čas v enakem odstotku k osnovni krmi. Zanimala nas je rast od rojstva do konca poskusa. Podatki so zbrani v preglednici 1.6.

a) Ali imamo v podatkih osamelce? Kako postopamo z njimi pri obdelavah?

b) Utrdimo osnovno statistično obdelavo!

Tabela 1.6: Podatki iz preizkusa dopolnilne krme pri pisanju goveda

Rejec	Pasma	Spol	Krma		Žival	Rojstna masa	Začetek poskusa			Vmesno tehtanje			Končno tehtanje		
			vrsta	(%)			star.	masa	DP01	star.	masa	DP12	star.	masa	DP03
1	R	ž	A	10	1	37.0	70	68.0	443	238	221.0	911	413	480	1077
1	R	m	A	15	2	48.5	80	84.5	450	248	245.5	958	423	510	1091
1	R	m	B	20	3	50.0	85	86.0	424	253	234.5	884	428	480	1005
1	R	ž	B	10	4	42.0	75	78.0	480	243	229.0	899	418	450	976
2	R	ž	A	15	5	38.5	70	71.0	464	238	210.0	827	426	515	1097
2	R	m	A	20	6	44.0	76	75.5	414	244	212.0	813	421	509	1101
2	R	m	B	10	7	47.5	82	83.0	433	250	243.0	952	412	564	1257
2	R	ž	B	15	8	43.0	73	78.0	479	241	233.0	923	422	530	1142
3	L	m	A	20	9	47.5	73	84.0	500	241	249.5	985	425	556	1187
3	L	ž	A	10	10	45.5	78	86.5	526	246	242.0	926	420	521	1127
3	L	m	B	15	11	46.0	69	73.5	399	237	265.0	1140	416	564	1252
3	L	ž	B	20	12	48.0	79	84.0	456	247	248.5	979	428	534	1083
4	L	ž	A	10	13	46.5	76	79.5	434	244	234.5	923	419	498	1077
4	L	ž	A	15	14	39.0	82	73.5	421	250	229.0	926	425	470	1014
4	L	m	B	20	15	51.0	72	80.0	403	240	245.5	985	415	502	1086
4	L	m	B	10	16	47.0	84	86.0	464	252	250.0	976	427	513	1091
5	Š	ž	A	15	17	51.5	82	92.0	494	250	289.0	1173	425	556	1187
5	Š	ž	A	20	18	47.5	77	84.5	481	245	248.5	976	420	521	1127
5	Š	m	B	10	19	43.0	73	79.5	500	241	270.0	1134	416	564	1252
5	Š	m	B	15	20	50.5	85	90.5	471	253	259.5	1006	428	534	15569
6	Š	ž	A	20	21	47.0	76	82.0	461	244	253.0	1018	419	538	1171
6	Š	ž	A	10	22	51.5	73	86.0	473	241	246.0	952	416	532	1155
6	Š	m	B	15	23	53.0	82	91.0	463	250	261.0	1012	425	570	1216
6	Š	m	B	20	24	43.0	87	81.5	443	255	249.0	997	430	536	1147

- Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po pasmah in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!
 - Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!
 - Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv rojstne mase na spremljane lastnosti!
 - Izračunajte korelacije med rojstno maso in spremljanimi lastnostmi!
 - V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!
- c) Obdelajmo najprej telesno maso ob začetku poskusa in dnevni prirast od rojstva do začetka poskusa (DP1)!
- Navedite odvisne spremenljivke!
 - Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
 - Naštejte glavne vplive za izbrane lastnosti, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
 - Napišite vse elemente osnovnega modela za izbrane lastnosti!
 - V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb. Pri tem upoštevajte, da smo meritve opravili na 3000 živalih, iz porekla pa je dodanih še 2500 prednikov.
 - Razvijte možni model za izbrane lastnosti!
 - Napišite vse elemente možnega modela za izbrane lastnosti!
 - V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb. Pri tem upoštevajte, da smo meritve opravili na 3000 živalih, iz porekla pa je dodanih še 2500 prednikov.
 - Kakšna je klasifikacija med rejcem in pasmo?
 - Komentirajte osnovni in možni model:
 - če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 1.6
 - če imamo večje število podatkov ($n = 3000$)
- d) Ponovite vajo še za lastnosti pri vmesnem in zadnjem tehtanju!

Naloga 11: Klavne lastnosti pri prašičih

V poskusu s prašiči smo proučevali klavne lastnosti na liniji klanja. Živali smo pred transportom v klavnico individualno stehali in jih označili s klavnimi številkami. Živali smo dobili pri enem rejcu in so bile zaklane v isti klavnici. V pitanje smo naselili vse preživele živali iz vsakega gnezda. Na liniji klanja sta se izmenjevala dva kontrolorja. Del podatkov, ki kažejo na strukturo podatkov, smo prikazali v preglednici 1.7.

- a) Ali imamo v podatkih osamelce? Kako postopamo z njimi pri obdelavah?
- b) Utrdimo osnovno statistično obdelavo za podatke prikazane v preglednici 1.7!
- Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po kontrolorju in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!

Tabela 1.7: Klavne lastnosti pri prašičih

Oznaka živali	Genotip	Spol	Sezona zakola	Šifra kontrolorja	Masa pred zakol. (kg)	MTP (kg)	Klavni izplen (%)	Meritev S M		Mesnatost (%)
1001	1233	s	2009-01	23	110	86	78.2	14	75	59.7
1002	1244	k	2009-01	23	103	79	76.7	11	63	60.4
1003	1254	s	2009-01	22	115	90	78.3	8	78	59.7
1004	1233	k	2009-02	22	105	81	77.1	9	71	62.7
1005	1244	s	2009-02	22	123	97	78.9	9	84	64.5
1006	1254	k	2009-02	22	98	75	76.5	14	61	58.0
1007	1233	s	2009-02	23	109	86	78.9	19	68	55.2
1008	1244	k	2009-02	23	118	91	77.1	7	79	53.3
1009	1233	s	2009-03	23	107	84	78.5	11	73	61.7
1010	1244	k	2009-03	23	121	93	76.9	16	72	57.9
1011	1254	s	2009-03	23	116	91	78.4	7	79	65.3
1014	1244	k	2009-03	22	105	82	78.1	10	74	62.5
1013	1254	s	2009-03	22	111	85	76.6	10	73	62.4
			:							
9998	1233	k	2010-10	23	117	92	78.6	9	86	64.7
9999	1244	s	2010-10	22	116	89	76.7	13	78	60.8
10000	1254	k	2010-10	22	97	74	76.3	14	65	58.5

Tabela 1.8: Načrt preizkusa in število opazovanj v posamezni skupini

Pasma	Število očetov	Število mater	Število gnezd	Krma - vsebnost beljakovin (%)			
				14	16	18	20
11	8	32	32	32	26	16	6
22	7	28	28	16	8	28	24
33	8	32	32	16	32	20	26

- Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!
- Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv telesne mase pred zakolom na prikazane lastnosti!
- Izračunajte korelacije med telesno maso pred zakolu in prikazanimi lastnostmi!
- V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!

c) Obdelajmo najprej telesno maso ob zakolu!

- Navedite odvisne spremenljivke!
- Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- Naštejte glavne vplive za izbrane lastnosti, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
- Napišite vse elemente osnovnega modela za izbrane lastnosti!
- V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.
- Razvijte možni model za izbrane lastnosti!
- Napišite vse elemente možnega modela za izbrane lastnosti!
- V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.
- Kakšna je klasifikacija med glavnimi vplivi z nivoji?
- Komentirajte osnovni in možni model:
 - če imamo samo podatke, ki so navedeni v preglednici 1.7
 - če imamo večje število podatkov

d) Ponovite vajo še za klavne lastnosti!

Naloga 12: Krmni poskus v pitanju prašičev

V tabeli 1.8 je načrt krmnega poskusa pri prašičih v pitanju. Želeli smo preizkusiti štiri krmne mešanice z različno vsebnostjo beljakovin. Spremljali smo dnevne priraste, dnevno porabo krme od 30 do 100 kg in debelino hrbtne slanine. V preizkus so bile vključene tri pasme. V tabeli je navedeno število živali posameznih pasem, krmljenih s posameznimi krmami. Tako smo npr. 28 živali pri pasmi 22 krmili s krmo, ki je vsebovala 18 % beljakovin. Preizkus smo uspeli izvesti pri enem rejcu. V poskusu je bilo predvideno, da iz vsakega gnezda (prašiči imajo istega očeta in isto mater) vključimo po štiri pujske, praviloma po dve svinjki in dva kastrata, vendar nam je ob začetku poskusa nekaj pujskov manjkalo. Pujski iz istega gnezda niso bili razporejeni v skupino z isto krmo. Lastnosti smo merili enako natančno.

a) Izpišite si vse glavne vplive, jih označite in opišete v skladu z dogovorom! Utemeljite svojo trditev!

Tabela 1.9: Pitovne lastnosti pri bikih in telicah iz gospodarskega križanja

Genotip Spol	RxCh	RxLi	RxBd'A	RxA	Skupaj
Biki	26	35	29	13	103
Telice	24	28	-	12	64
Skupaj	50	63	29	25	167

- Koliko je v poskusu vseh merjenih živali - pitancev?
- Naštejte odvisne spremenljivke!
- Naštejte neodvisne spremenljivke!
- Katere vplive obravnavamo kot kvantitativne vplive?
- Katere vplive vključimo kot vplive z razredi?
- Katere vplive vključimo v model kot regresijo?
- Kateri vplivi so sistematski?
- Kateri vplivi so naključni?
- Ali bi lahko izvednotili vpliv rejca? Zakaj?
- Je načrt poskusa dobro zasnovan? Utemeljite!
- Kolikim živalim bi lahko izvednotili plemensko vrednost?

Naloga 13: Pitovne lastnosti pri bikih in telicah iz gospodarskega križanja

V poskusu smo spremljali dnevne priraste pri bikih in telicah križancih iz gospodarskih križanj krav rjave pasme z biki mesnih pasem. Živali so bile v preizkusu med 150 in 300-tim dnevom starosti s predhodnim prilagoditvenim obdobjem. Stehtali smo jih na začetku in na koncu poskusa ter vsaki izračunali povprečni dnevni prirast. Struktura podatkov je prikazana v preglednici 1.9.

- Naštejte odvisne spremenljivke!
- Naštejte neodvisne spremenljivke!
- Naštejte glavne vplive, jih označite in opišite v skladu z dogovorom!
- Napišite vse elemente osnovnega modela!
- Določite možne vplive!
- Napišite vse elemente možnega modela!
- Določite število parametrov in število stopinj prostosti za posamezen vpliv, model v celoti in ostanek!
- Napišite hipotezi, s katerimi bi testirali razlike med genotipi in med spoloma. Ali sta hipotezi ocenljivi?

Tabela 1.10: Rast pujskov od rojstva do odstavitve

Rejec	Pujsek	Spol	Pasma	U-številka svinje	Zapor. gnezdo	Mesec pras.	Štev. puj. v gnezdu	Lakt. (dni)	Roj. masa puj. (kg)	Odst. masa puj. (kg)
1	1	2	A	31-2345-6	1	01	8	32	1.7	10.3
1	2	2	A	31-2345-6	1	01	8	32	1.4	9.8
1	3	3	A	31-2345-6	1	01	8	32	1.8	11.0
1	4	3	A	31-2345-6	1	01	8	32	1.5	9.7
1	5	2	B	31-1967-21	8	12	10	35	1.5	10.5
1	6	2	B	31-1967-21	8	12	10	35	1.2	8.9
1	7	3	B	31-1967-21	8	12	10	35	1.6	11.7
1	8	3	B	31-1967-21	8	12	10	35	1.8	12.5
2	9	2	A	31-1845-65	3	01	12	31	1.7	10.5
2	10	2	A	31-1845-65	3	01	12	31	2.0	11.7
2	11	3	A	31-1845-65	3	01	12	31	1.1	9.2
2	12	3	A	31-1845-65	3	01	12	31	1.8	10.4
2	13	2	B	31-2215-9	4	12	14	35	1.4	10.6
2	14	2	B	31-2215-9	4	12	14	35	1.3	7.5
2	15	3	B	31-2215-9	4	12	14	35	1.6	11.1
2	16	3	B	31-2215-9	4	12	14	35	1.0	-
3	17	2	A	30-1912-12	1	01	12	37	1.4	9.8
3	18	2	A	30-1912-12	1	01	12	37	1.7	10.9
3	19	3	A	30-1912-12	1	01	12	37	1.9	11.6
3	20	3	A	30-1912-12	1	01	12	37	1.5	9.8
3	21	2	B	30-1778-67	7	12	13	33	0.9	-
3	22	2	B	30-1778-67	7	12	13	33	1.6	10.4
3	23	3	B	30-1778-67	7	12	13	33	1.4	9.4
3	24	3	B	30-1778-67	7	12	13	33	1.9	12.1

Naloga 14: Rast pujskov

V poskusu smo v letu 2009 (12 mesecev) na treh kmetijah spremljali rast pujskov od rojstva do odstavitve. Iz vsakega gnezda smo za poskus namenili štiri naključno izbrane pujske, po dve svinjki in dva kastrata. V poskusu je bilo vključenih 220 svinj, od mladic do 10 zaporedne prاسitve. Svinja je v tem času lahko prاسila največ 3-krat. V poskus je bilo vključenih skupaj 500 gnezd. Na vsaki kmetiji so uporabljali po dva merjasca za vsako pasmo, parjenja so samo čistopasemska. Struktura podatkov je prikazana v preglednici 1.10.

a) Ali imamo v podatkih osamelce? Kako postopamo z njimi pri obdelavah?

b) Utrdimo osnovno statistično obdelavo za podatke prikazane v preglednici 1.7!

- Izračunajte osnovno statistiko za vse kvantitativne spremenljivke po kontrolorju in v poskusu skupaj! Rezultate uredite v preglednico!
- Narišite porazdelitve in določite modus in mediano za vse kvantitativne spremenljivke!
- Izračunajte regresijske koeficiente, ki opisuje vpliv telesne mase pred zakolom na prikazane lastnosti!
- Izračunajte korelacije med telesno maso pred zakolu in prikazanimi lastnostmi!
- V preglednici podajte strukturo podatkov po kvalitativnih spremenljivkah!

c) Obdelajmo najprej rojstno maso pujska!

- Navedite odvisne spremenljivke!
- Naštejte vse neodvisne spremenljivke!

Tabela 1.11: Podatki iz preizkusa vpliva starosti mladic na velikost gnezda

Sezona	Genotip	Skupina	Žival	Starost ob pripustu (dni)	Število pujskov v gnezdu		
					živorojenih	izgubljenih	odstavljenih
1	12	A	101	230	12	2	10
2	12	A	102	240	11	0	11
1	12	A	103	215	11	1	10
2	12	B	104	190	13	2	11
1	12	B	105	225	12	0	12
2	12	B	106	210	10	0	10
1	11	C	107	215	12	1	11
2	11	C	108	185	11	1	9
1	11	C	109	200	9	1	8
2	11	D	110	190	10	1	9
1	11	D	111	205	9	0	9
2	11	D	112	215	10	0	10

- Naštejte glavne vplive za izbrane lastnosti, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
- Napišite vse elemente osnovnega modela za izbrane lastnosti!
- V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.
- Razvijte možni model za izbrane lastnosti!
- Napišite vse elemente možnega modela za izbrane lastnosti!
- V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.
- Kakšna je klasifikacija med glavnimi vplivi z nivoji?
- Koliko nivojev ima vpliv živali?

d) Ponovite vajo še za odstavitveno maso pujskov!

Naloga 15: Vpliv starosti mladic ob pripustu na velikost gnezda

Na farmi so preiskovali vpliv starosti mladic ob pripustu na število živorojenih pujskov v gnezdu (pregl. 1.11). Preizkus so izvedli v dveh mesecih. Vključili so mladike dveh genotipov in jih razdelili v štiri skupine: skupina A je bila kontrolna skupina (brez materiala za zaposlitev), skupini B smo v jasli dodajali slamo, skupini C seno, skupino D pa smo zaposlili z obešenimi verigami.

a) Izračunajte osnovno statistiko

- Povprečje in standardno napako povprečja za starost ob pripustu in število živorojenih pujskov v gnezdu!
- Kovarianco med starostjo ob pripustu in številom živorojenih pujskov v gnezdu!
- Regresijski koeficient, ki pojasni vpliv starosti ob pripustu na število živorojenih pujskov v gnezdu!
- Korelacijo med starostjo ob pripustu in številom živorojenih pujskov v gnezdu!

b) Narišite porazdelitve za število živorojenih, izgubljenih in odstavljenih pujskov!

c) Obdelajmo najprej število živorojenih pujskov!

- Navedite odvisne spremenljivke!
- Naštejte vse neodvisne spremenljivke!
- Naštejte glavne vplive za izbrane lastnosti, jih označite in opišite v skladu z dogovorom! Pri vsakem vplivu navedite tudi število nivojev!
- Napišite vse elemente osnovnega modela za izbrane lastnosti!
- V osnovnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.
- Razvijte možni model za izbrane lastnosti!
- Napišite vse elemente možnega modela za izbrane lastnosti!
- V možnem modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb.
- Kakšna je klasifikacija med glavnimi vplivi z nivoji?
- Koliko nivojev ima vpliv živali?
- Ali je načrt poskusa optimalen? Utemeljite trditev in predlagajte dopolnitve!

d) Ponovite vajo za število izgubljenih in odstavljenih pujskov v gnezdul!

1.3 Vaje iz razumevanja statističnih modelov

Naloga 16: Krmni poskus s prašiči

Uporabili bomo podatke iz preglednice 1.7. Obravnavali bomo debelino hrbtno slanino kot odvisno spremenljivko! Vplive smo označili po dogovorjenem sistemu. Pri odgovorih naj bodo razvidni postopki ali podane utemeljitve!

a) Pri odgovorih izhajajte iz statističnega modela v enačbi 1.1.

$$y_{ijklm} = \mu + P_i + S_j + b * (x_{ijklm} - 14) + g_{ik} + a_{ijkl} + e_{ijklm} \quad (1.1)$$

- Opišite oznake v enačbi modela!
- Ali imamo v modelu naključne vplive? Naštejte jih!
- V modelu določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Določite rang in red sistema!
- Ali ima žival eno ali več meritev za debelino hrbtno slanino? Utemeljite!
- Določite možne vplive! Obvezno prikažite postopek in utemeljite odločitve!
- Ali je možno regresijo vgnezditi znotraj pasme?
- Kako so porazdeljeni ostanki?
- Kakšno vlogo ima konstanta 14 v modelu?
- Napišite vse elemente možnega modela!

- Napišite hipotezo v skalarni obliki, s katero preizkusimo razlike med pasmami! Kateri test bi uporabili pri preverjanju razlik?
- Napišite hipotezo v skalarni obliki, s katero preizkusite pomen regresije v modelu! Kateri test bi uporabili pri preverjanju hipoteze?
- Napišite hipoteze v skalarni obliki, s katerimi preizkusimo razlike med posameznimi nivoji pri interakcijah v možnem modelu! S katerim testom bi jih preizkusili?

Naloga 17:

Na farmi so preiskovali vpliv starosti mladic ob pripustu na število živorojenih pujskov v gnezdu (pregl. 1.11). Preizkus so izvedli v dveh mesecih. Vključili so mladice dveh genotipov in jih razdelili v štiri skupine.

Za izhodišče vzemite model za število živorojenih pujskov v gnezdu, ki vključuje naslednje vplive: mesec, genotip, skupina in starost ob pripustu. V pomoč si vplive označite in opišite!

- Preverite, če je možna interakcija med mesecem in genotipom!
- Preverite, če je možna interakcija med genotipom in skupino!
- Preverite, če je možna interakcija med mesecem in skupino!
- Ali je možno, da vpliv starosti proučujemo tudi znotraj genotipa?
- Napišite enačbo modela za število živorojenih pujskov, kjer boste vključili mesec, genotip, skupino, starost ob pripustu in vse možne vplive, ki ste jih preverjali pri zgornjih vprašanjih!
- Za model iz prejšnje alineje določite število parametrov in stopinj prostosti za posamezne vplive, model ter ostanek! Napišite rang in red sistema enačb!
- Razvijte možni model in ga tudi napišite (vse elemente)!

Naloga 18:

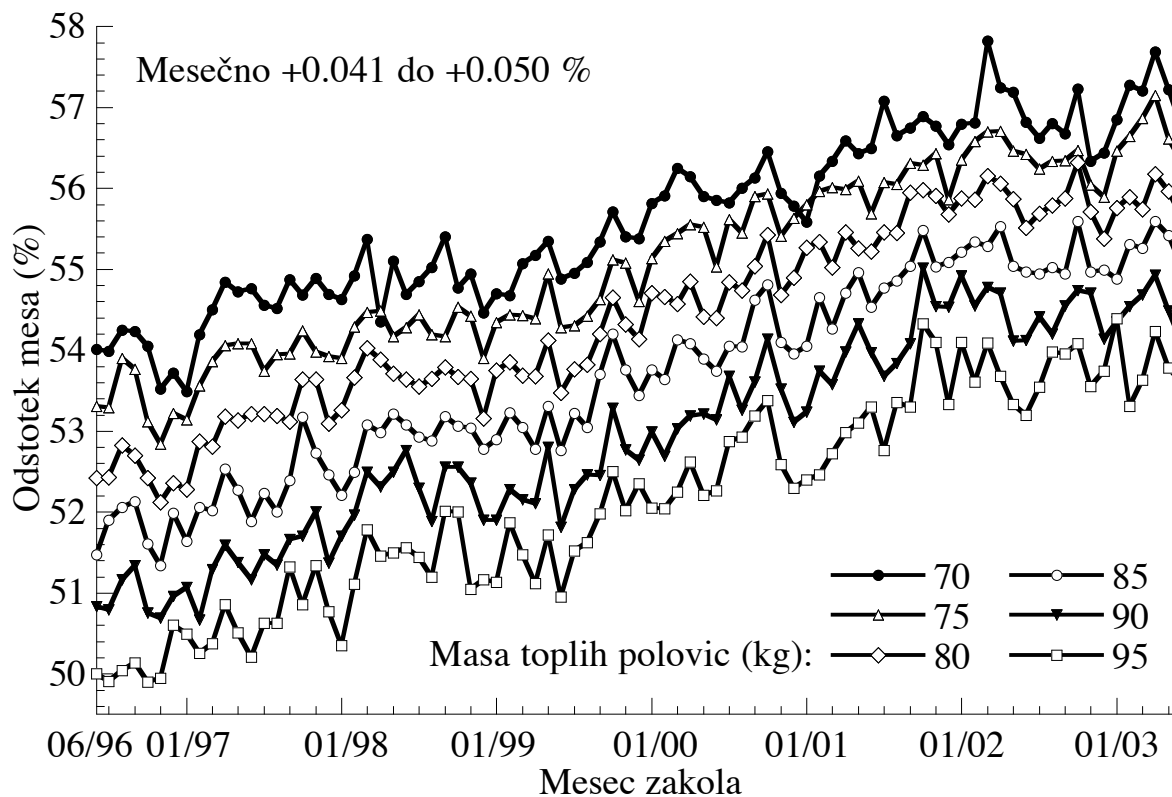
Za obdelavo podatkov iz tabele 2 po metodi najmanjših kvadratov bomo uporabili naslednjo enačbo modela:

$$y_{ijk} = \mu + G_i + S_{ij} + b_i(x_{ijk} - 210) + e_{ijk}$$

- (2) Izpišite vse parametre v sistematskem delu modela!
- (10) Nastavite matriko koeficientov za metodo najmanjših kvadratov in jo izpolnite z vrednostmi!
- (4) Zastavite tabelo za analizo variance! Vrednosti ni potrebno določati!
- (2) Kateri tip za delitev vsote kvadratov moramo uporabiti v tem modelu za preverjanje hipotez? Utemeljite!
- (2) Ali smemo pri vsoti kvadratov tipa I zamenjati vrstni red pri vplivih G in S v našem modelu? Utemeljite!

Naloga 19:

Rezultati naslednjega preizkusa pri prašičih so prikazani na spodnji sliki. Točke predstavljajo povprečja več meritev. Za obdelavo pa imamo na voljo posamezne meritve.



- a) Imenujte odvisno spremenljivko!
- b) Naštejte glavne vplive, jih označite v skladu z dogovorom in opišite osnovne značilnosti!
- c) Napišite primerno enačbo statističnega modela, če slika zadostno opiše podatke!
- d) Za koliko se v povprečju spremeni odvisna spremenljivka po dvanajstih mesecih? Presodite vrednost pri trupih z maso 85 kg!
- e) Za koliko se v povprečju spremeni odvisna spremenljivka, ko se masa toplih polovic poveča za 10 kg? Presodite vrednost na začetku opazovanega obdobja!
- f) Primerno naslovite sliko!
- g) Interpretirajte sliko!

1.4 Pričakovane vrednosti in struktura varianc in kovarianc

Naloga 20:

Za statistični model v enačbi 1.1 izvednotite naslednje pričakovane vrednosti, variance in kovariance!

$$\begin{aligned}
 E(e_{ijklm}) &= & \text{var}(e_{ijklm}) &= \\
 E(a_{ijkl}) &= & \text{var}(a_{ijkl}) &= \\
 E(g_{ik}) &= & \text{var}(g_{ik}) &= \\
 E(y_{ijklm}) &= & \text{var}(y_{ijklm}) &= \\
 E(y_{ijklm} | a_{ijkl}) &= & \text{var}(y_{ijklm} | a_{ijkl}) &= \\
 E(\mu + 4 * P_i + 0.5S_j + g_{ik} + 2a_{ijk}) &= & & \\
 \text{var}(\mu + 4 * P_i + 0.5S_j + g_{ik} + 2a_{ijk}) &= & & \\
 \text{cov}(\mu + 4 * P_i + 0.5S_j + g_{ik} + 2a_{ijk}, \mu + 0.5 * P_i + 0.4S_j + g_{ik} + 3a_{ijk'}) &= & &
 \end{aligned}$$

Naloga 21:

Izvrednotite!

- a) $E(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{2i}^2 + e_i) =$
- b) $E(A_i + 4B_j + AB_{ij} + \frac{1}{2}a_{ijk} + e_{ijkl}) =$
- c) $E(\mu + A_i + B_{ij} + a_{ijk} + e_{ijkl} | a_{ijk}) =$
- d) $\text{var}(A_i + 4B_j + AB_{ij} + \frac{1}{2}a_{ijk} + e_{ijkl}) =$
- e) $\text{cov}(A_i + 4B_j + AB_{ij} + \frac{1}{2}a_{ijk} + e_{ijkl}, A_i + \frac{1}{2}a_{ijk} + e_{ijkl}) =$
- f) $\text{var}(\mu + A_i + B_{ij} + a_{ijk} + e_{ijkl} | a_{ijk}) =$
- g) $\text{var}(\mu + P_i + K_j + PK_{ij} + b_1(x_{ijk} - \bar{x}) + b_2(x_{ijk} - \bar{x})^2 + s_{ijk} + e_{ijkl}) =$
- h) $\text{var}(S_i + K_j + b(x_{ijk} - \bar{x}) + \frac{1}{4}a_{ijk} + e_{ijkl}) =$
- i) $\text{cov}(\mu + 2V_i + P_{ij} + b(x_{ijk} - \bar{x}) + s_{ijk} + e_{ijkl}, V_i + s_{ijk} + e_{ijkl}) =$

Naloga 22:

Za model $y_{ijkl} = P_j + PS_{ij} + b_i(x_{ijk} - \bar{x}) + a_{ijk} + e_{ijkl}$ izvrednotite:

- a) $E(y_{ijkl}) =$
- b) $\text{var}(y_{ijkl}) =$
- c) $E(y_{ijkl} | a_{ijk}) =$
- d) $\text{var}(y_{ijkl} | a_{ijk}) =$
- e) $\text{cov}(y_{ijkl}, a_{ijk}) =$
- f) $\text{cov}(y_{ijkl}, b_i) =$

Naloga 23:

e) Odgovorite tudi na naslednja vprašanja!

- Razčlenite na komponente kovariac med meritvama M in S na isti živali!
- Razčlenite na komponente kovariac med meritvama M na dveh potomcih istega para!
- Razčlenite na komponente kovariac med meritvama M in S na dveh potomcih istega para!
- Razčlenite na komponente kovariac med meritvama S na dveh pitancih, ki nimata skupnega očeta!
- Razčlenite na komponente kovariac med meritvama M in S na dveh pitancih, ki nimata skupnega očeta!
- Razčlenite na komponente kovariac med meritvama M in S na dveh pitancih, ki nimata skupnega nobenega od staršev!
- Razčlenite na komponente kovarianco med odebeljenima meritvama (prva vrstica)! (POMOČ: $cov(y_{...}, y_{...}) =$), odvisnim spremenljivkam sami dopolnite indekse glede na osnovni model in izbrani podatke)
- Razčlenite na komponente kovarianco med odebeljenima meritvama v poševni pisavi (tretji stolpec)!
- S katero najenostavnejšo metodo bi lahko obdelali podatke? Utemeljite!

Naloga 24:

Za naslednje modele ugotovite, ali je model

- linearen, pogojno linearen ali je pogojno nelinearen. Utemeljite!
 - sistematski, naključni ali mešani. Utemeljite!
 - s polnim rangom, z nepolnim rangom ali nezadovoljivo opisan. Utemeljite!
 - določite število opazovanj, število parametrov in stopinje prostosti
- $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{1i} x_{2i} + e_i$; $i=1, 2, \dots, n$
 - $y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + b_i \exp\{(x_{ijk} - \bar{x})^2\} + e_{ijkl}$; $i=1, 2, 3$; $j=1, 2, \dots, 5$; $k=1, 2, \dots, n_i$
 - $y_{ijk} = \sqrt{A_i + B_j + AB_{ij} + a_{ijk}} \bullet e_{ijkl}$; $i=1, 2, 3$; $j=1, 2, \dots, 5$; $k=1, 2, \dots, n_i$; $l=1, 2$

Naloga 25: Plodnost pri prašičih

V poskusu smo na treh farmah spremljali število živorojenih pujskov v gnezdu pri prašičih. V poskusu so bili naslednji genotipi 11, 22, 12 in 21. Pri mladica (prvo gnezdo) se število živorojenih pujskov povečuje s starostjo ob prasiatvi, povezavo zadovoljivo opišemo s parabolo. Pri drugem in naslednjih gnezdi (stare svinje) na velikost gnezda vpliva predhodna laktacija (laktacija pred pripustom). Svinja ima od ene do osem prasitev. Svinje, ki niso imele zabeleženih prve in druge prasitve, smo izločili iz poskusa. Vse celice v poskusu so zasedene. Izračunali bi radi plemenske vrednosti, zato smo vključili tudi poreklo ter tako dodali 1165 staršev, po dve svinji sta sestri. Skupno okolje v gnezdu, v katerem so živali vzrejene, vpliva na velikost gnezda pri svinjah. Pri današnji nalogi privzemimo predpostavko, da so drugi vplivi nepomembni, ostanki so normalno porazdeljeni, ter neodvisni in identični. Pri morebitnih naključnih vplivih bomo predpostavili običajne predpostavke!

Število prvih prasitev v posameznih skupinah je podano v naslednji tabeli.

Genotip	11	22	12	21	Skupaj
Farma					
A	259	35	453	66	813
B	317	53	598	33	1001
C	422	100	715	219	1456
Skupaj	998	188	1766	318	3270

Osredotočite se samo na velikost prvega gnezda (pri mladica)!

- Najtejte odvisne spremenljivke
- Najtejte glavne vplive, jih označite in navedite osnovne značilnosti!
- Določite možne vplive!
- Napišite osnovni in možni model v skalarni obliki!

Naloga 26:

Iz zgornje naloge smo za velikost gnezda pri starih svinjah izbrali naslednji model. Čeprav model nikakor ni primeren, ga ne popravljajte! Vzemite, da je pravilen!

$$y_{ijkl} = \mu + G_i + Z_{ij} + b_1(x_{ijkl} - 10) + b_2(x_{ijkl} - 10)^2 + a_{ijk} + e_{ijkl}$$

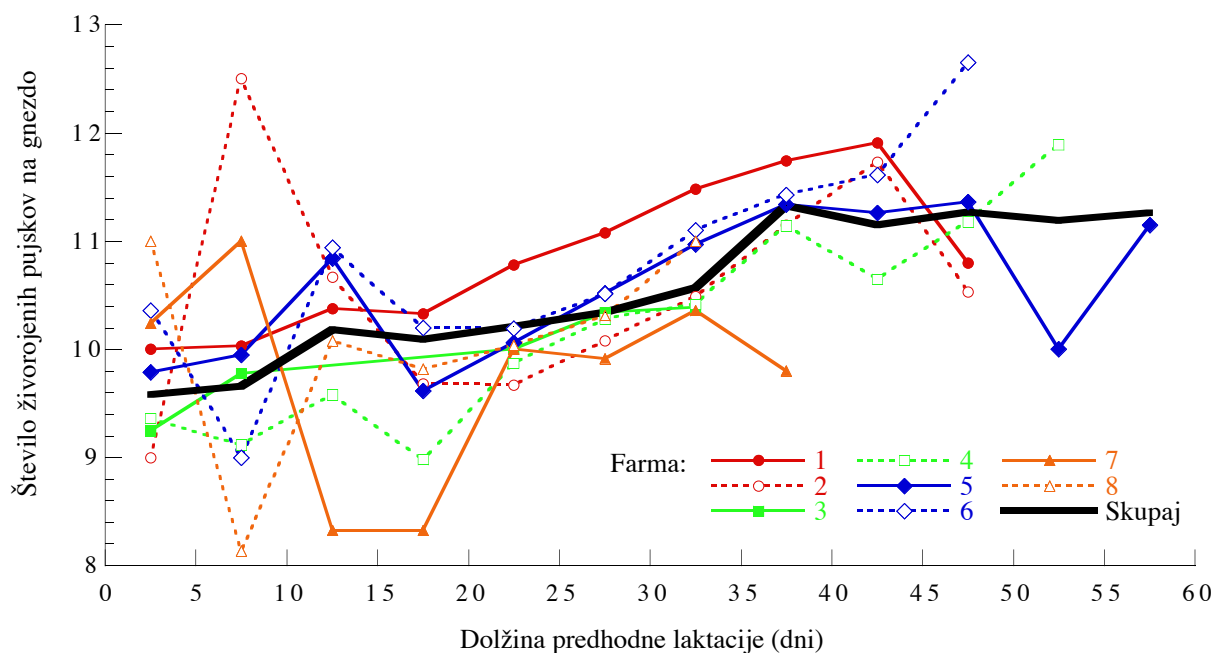
kjer G = genotip, Z = zaporedna prasitev, x_{ijkl} = predhodna laktacija, a_{ijk} = plemenska vrednost za žival. Ostale oznake so v skladu z dogovori.

- Ali je model linearen? Utemeljite!
- Določite število parametrov in število stopinj prostosti za posamezni vpliv modelu, model v celoti in ostanek. Navedite tudi red in rang sistema.
- Napišite hipoteze v skalarni obliki, s katerimi bi testirali razlike med genotipi, zaporednimi pravitvami in preverili vpliv laktacije? Ali so hipoteze ocenljive? S katerim testom bi testirali posamezne hipoteze?
- Napišite vse elemente modela v matrični obliki!

Naloga 27:

Podatki iz poskusa so narisani na spodnjem grafu.

- Neodvisne spremenljivke so:
- Pojasnjevalne spremenljivke so:
- Ali je na grafu kateri zelo verjetni osamelec (obkožite ga/jih)?
- Napišite možni model, s katerim bi obdelali podatke.
- Ocenite korelacijo _____ in regresijo _____ med dolžino laktacije in številom živorojenih pujskov (za vse farme skupaj, odebeljena linija)!



Naloga 28: Količina in kakovost semena pri merjascih

V poskusu smo spremljali količino in kakovost semena pri merjascih genotipov 11, 22, 33, 44, 55 in 54. Poskus smo izvedli na treh osemenjevalnih središčih (OS). Vsi so imeli oba maternalna genotipa in hibrid 54, vendar le po eno terminalno pasmo. Tako smo skupaj imeli 80 merjascev. V središčih so merjasce krmili z enako krmno mešanico. Spremljali smo razlike po tednih in merili temperaturo ter vlago v času odvzema semena. V vsakem tednu smo merjascu odvzeli seme le enkrat. Za merjasca smo imeli tudi podatke o starših in datumu rojstva.

Tabela 1.12: Količina in kakovost semena pri merjascih

OS	Genotip	U-merjasca	Datum odvzema	Čas	Temp. (°C)	Vlaga (%)
1	11	31-678-2	2009-3-2	8:00	-5	
1	11	31-678-2	2009-3-9	8:30	5	
1	11	31-678-2	2009-3-16	8:15	12	
2	11	40-376-11	2009-3-2	7:30	-7	
2	11	40-376-11	2009-3-9	7:45	3	
2	11	40-376-11	2009-3-16	8:45	11	
3	11	04-1254-7	2009-3-2			
1	22	30-2373-2	2009-3-2			
2	22	30-2373-3	2009-3-2		-7	
3	22	01-763-4	2009-3-2			
1	33	01-3256-43	2009-3-2			
2	44	30-768-17	2009-3-2			
3	55	40-3455-6	2009-3-2			
1	54	40-3455-15	2009-3-2			
2	54	40-3455-17	2009-3-2			
3	54	40-3456-12	2009-3-2			
3	54	30-4378-2	2010-10-4			

- Naštejte neodvisne spremenljivke!
- Naštejte glavne vplive, jih označite in opišite!

- Ali lahko preverimo vpliv starosti merjasca na lastnosti semena?
- Kakšna je klasifikacija med genotipom in osemenjevalnim središčem?
- Navedite kvantitativne vplive in jih označite!
- Poiščite možne vlive in napišite enačbo možnega modela v skalarni obliki!
- Kaj nam pove podatek, da je koeficient determinacije 79%?
- Navedite odvisne spremenljivke!
- Določite število parametrov in število stopinj prostosti za posamezen vpliv, model v celoti in ostanek! Vajo naredite za osnovni in možni model!

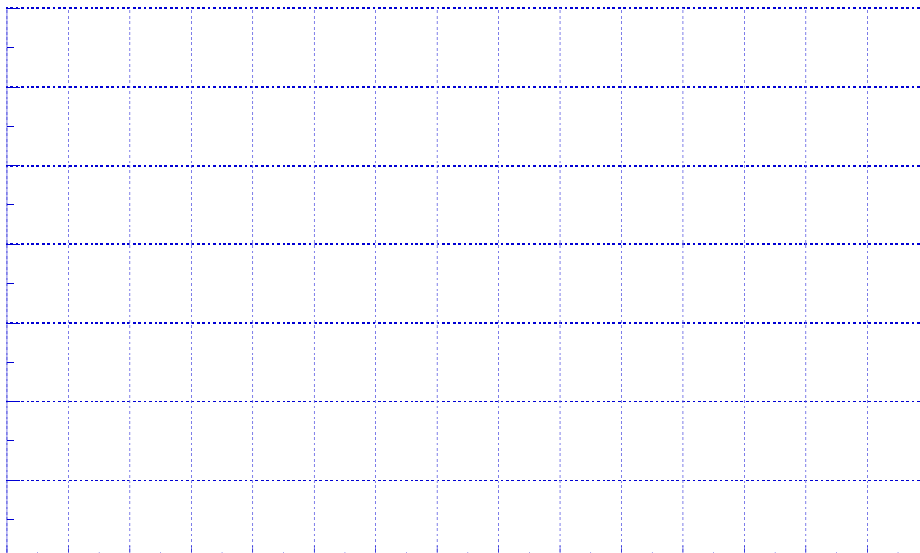
Naloga 29:

Želeli smo proučiti razne vplive na delež maščob v mleku pri 240 kravah treh pasem. Meritve smo opravili pri 10 rejcih, ki so imeli po eno pasmo. Rejcem smo sestavili 3 krmne mešanice (kontrolno, mešanico z več beljakovinami in mešanico z več energije). Na vsaki kmetiji smo živali razdelili v 3 skupine in jih ločeno krmili s temi mešanicami. Ugotovili smo, da imata količina mleka in dan laktacije velik vpliv na delež maščob mleku. Živali smo spremljali celo laktacijo.

- Najtejte glavne vplive in jih opišite!
- Razvijte in napišite možni model v skalarni obliki:
- Določite število parametrov in število stopinj prostosti za posamezen vpliv, model v celoti in ostanek!

Naloga 30:

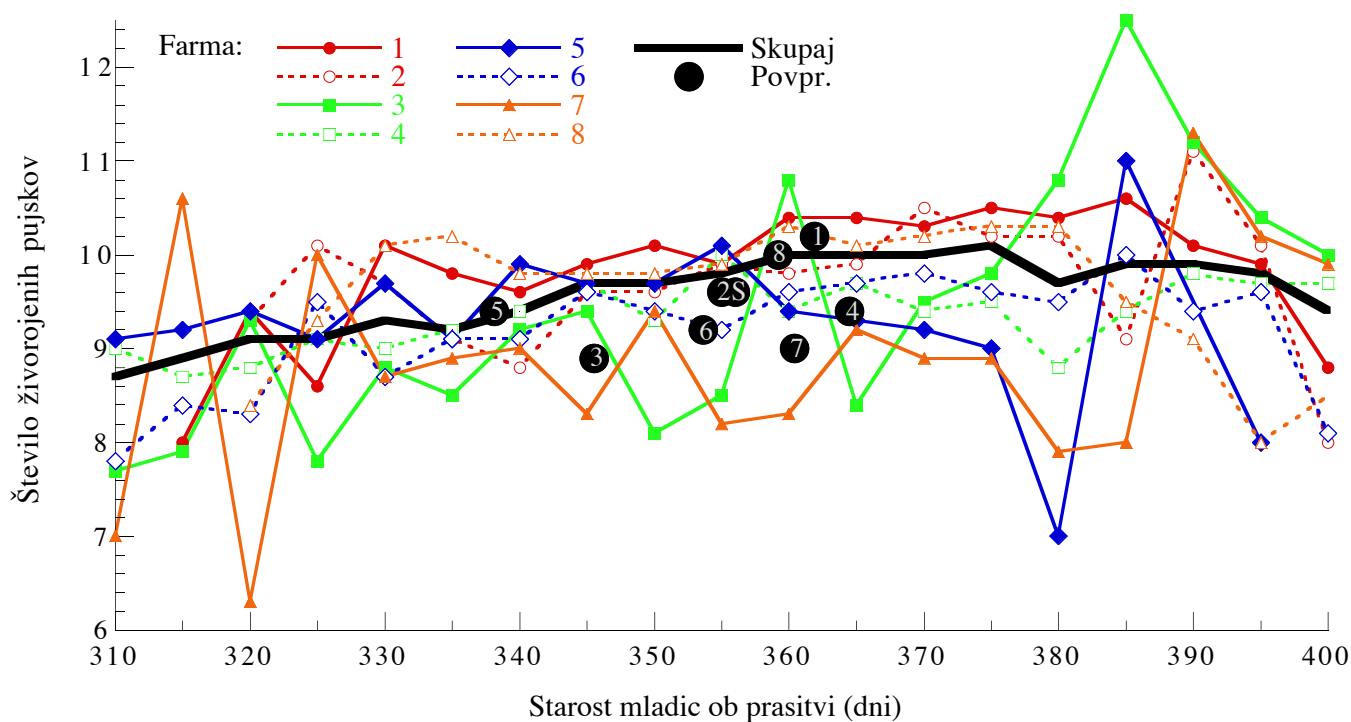
Narišite graf, na katerem boste ponazorili vpliv mase klavnih polovic na odstotek mesa pri prašičih. Ugotovili smo, da je bil pri 70 kg odstotek mesa 59 %, pri 100 kg je bil povprečen delež mesa 56 %. V zakol smo sprejemali živali s maso toplih polovic med 50 in 110 kg. Kakšen je bil regresijski koeficient? Kakšen je bil delež mesa pri 85 kg mase toplih polovic?



Naloga 31:

Podatki iz poskusa so zbrani na sliki.

- Določite neodvisne spremenljivke:
- Napišite možni model, s katerim bi obdelali podatke in opišite vplive:



c) Opišite sliko!

Naloga 32:

V poskusu smo pri ekoloških rejcih preiskovali dopolnilno krmo za jagnjeta. Zanimala nas je rast jagnet v času do odstavitve. Pri tem smo za vsako jagnje zabeležili, katero krmo je dobivalo (1, 2, 3), iz kako velikega gnezda je, spol (ženski - z, moški - m), zaporedno jagnitev kot jagnitev mladice ali stare ovce, očeta ter starost ob odstavitvi (dni). Jagneta smo stehali ob rojstvu ter ob odstavitvi (v kg, na 100g natančno).

Č	K	V	S	Zaporedna jagnitev	Jagnje	Mati	Oče	Rojstna masa (kg)	Starost ob odst.	Masa ob odst.
1	1	1	m	mladica	1	14	12	3.2	120	25.2
3	1	2	m	stara ovca	26	25	24	3.5	115	-
1	3	2	z	stara ovca	3	15	12	3.8	115	28.7
2	1	1	z	mladica	4	16	13	3.6	125	24.3
2	1	3	z	stara ovca	5	17	13	4.3	130	24.8
2	2	1	m	mladica	6	18	13	2.8	118	22.5
2	3	1	z	stara ovca	7	19	13	3.7	124	29.2
1	2	3	m	mladica	8	20	12	13.4	115	26.4
1	2	2	z	stara ovca	9	21	12	3.9	114	27.3
1	1	2	m	stara ovca	2	15	12	3.3	117	30.8
1	3	4	z	stara ovca	10	22	12	4.1	114	28.7
1	1	1	m	mladica	11	23	12	3.6	132	27.8

Č - čreda, K- krma, V - velikost gnezda, S - spol jagnjeta

Osredotočite se samo na rojstno maso!

a) Naštejte glavne vplive, jih označite in navedite osnovne značilnosti!

- b) Napišite osnovni model v skalarni obliki!
- c) Določite možne vplive!
- d) Napišite možni model v skalarni obliki!

Naloga 33:

Iz zgornje naloge (13.) smo za odstavitveno maso izbrali naslednji model. Tudi če model ni primeren, ga ne popravljajte! Vzemite, da je pravilen!

$$y_{ijk} = \mu + K_i + V_j + KV_{ij} + b_{Ij}(x_{ijk} - 3.0) + b_{IIj}(x_{ijk} - 3.0)^2 + a_{ijk} + e_{ijk}$$

kjer je K = krma, V = velikost gnezda, = žival, x = rojstna masa. Ostale oznake so v skladu z dogovori.

- a) Ali je model linearen? Utemeljite!
- b) Določite število parametrov in število stopinj prostosti za posamezni vpliv modelu, model v celoti in ostanek. Navedite tudi red in rang sistema ter število opazovanj.
- c) Napišite hipoteze v skalarni obliki, s katerimi bi testirali razlike za velikost gnezda? Ali so hipoteze ocenljive? S katerim testom bi testirali posamezne hipoteze?
- d) Ali lahko v model vključimo še vpliv očeta? Na kratko utemeljite svoj odgovor!
- e) S katero najpreprostejšo metodo lahko obdelamo podatke? Utemeljite!

Naloga 34: Rast pujskov v času laktacije

Pujske tehtamo ob rojstvu in ob odstavitvi. Podatke bomo obdelali za obe lastnosti hkrati z dvolastnostnim modelom (spodaj). Ostanke za lastnosti merjene na različnih živalih so identično in enolično porazdeljeni, med lastnostima na isti živali pa obstaja korelacija. Imamo dvolastnostni model:

$$y_{tij} = \mu_t + S_{ti} + b_{t1}(x_{ij} - 10) + b_{t2}(x_{ij} - 10)^2 + e_{tij}$$

S - spol; x_{ij} - število pujskov v gnezdu; indeks t se nanaša na lastnost

- a) Napišite model v matrični obliki za dvolastnostno analizo!
- b) Nastavite vse vektorje in matrike! (Tisti, ki bi z dvolastnostno analizo imeli težave, lahko nastavite tudi enolastnostno za maso ob rojstvu.)
- c) V skalarni in matrični obliki nastavite ničelno in alternativno hipotezo, kjer preizkusite, da med nivoji v vplivu spola ni razlik.
- d) V skalarni in matrični obliki nastavite ničelno in alternativno hipotezo, kjer preizkusite, da je regresijski koeficient različen od nič.

Podatki so naslednji:

Naloga 35:

Vzemite model za velikost gnezda pri starih svinjah iz 7. naloge. Nastavite vektorje in matrike iz modela! Prikažite posamezne dele matrik in vektorjev, ki pripadajo posameznim vplivom! Za vsak vpliv navedite število stolpcev in vrstic! Opišite, katere vrednosti zasedajo posamezni elemente v matriki.

Tabela 1.13: Podatki iz linije klanja

Sezona	Spol	Rejec	Žival	Masa toplih polovic(kg)	Debelina slanine (mm)
2003-01	2	1	1	103	9.4
2003-01	3	1	2	96	14.0
2003-02	2	1	3	99	13.4
2003-02	3	1	4	97	12.0
2003-01	2	2	5	101	13.7
2003-01	3	2	6	102	14.2
2003-02	2	2	7	107	15.3
2003-02	3	2	8	100	12.8

Naloga 36:

Živali 2 in 5 imata skupna starša (mati ima oznako 11, oče pa 12), prav tako tudi 3 in 4 (mati ima oznako 9, oče pa 10), ostale so nesorodne. Iz zgornje naloge smo za debelino slanine izbrali spodnji model.

Tudi če se vam model ne zdi primeren, ga ne popravljajte! Vzemite, da je pravilen!

$$y_{ijk} = \mu + R_i + S_j + RS_{ij} + b_{Ij}(x_{ijk} - 100) + b_{IIj}(x_{ijk} - 100)^2 + a_{ijk} + e_{ijk}$$

kjer je R = rejec, S = spol, x = masa toplih polovic, a = žival. Ostale oznake so v skladu z dogovori.

- Napišite model (vse elemente!) v matrični obliki!
- Izpišite in poimenujte vse vektorje v modelu!
- Nastavite in poimenujte vse matrike dogodkov v modelu!
- Določite število parametrov in stopinj prostosti po posameznih vplivih, za model in ostanek! Navedite red in rang sistema enačb. Od tu naprej upoštevajte, da smo meritve opravili na 30000 živalih, iz porekla pa je dodanih še 500 staršev. Preizkus smo izvajali kontinuirano od januarja 2003 do danes. Sodelovalo je 5 rejcev.
- Postavite hipotezi v skalarni obliki, s katerima boste preizkusili, če obstajajo razlike med rejci! Ali so hipoteze ocenljive? S katerim testom bi opravili preizkus hipoteze?
- Postavite hipotezi v skalarni obliki, s katerima boste preizkusili, če so regresijski koeficienti večji od 3? Ali so hipoteze ocenljive? S katerim testom bi opravili preizkus hipoteze?

1.5 Statistična presoja modelov**Naloga 37: Koeficient determinacije**

1. Pri oceni mesnatosti prašičev na liniji klanja samo slanina pojasni 64 % variance (R^2). Koliko znaša korelacija med spremenljivkama?
2. Izhodiščni model je pojasnil 60.14 % variance. Dodali smo mu interakcijo med 4 genotipi in 6 rejami, kar je pojasnilo dodatno 2.03 % variance? Ali je dodatni vpliv nujno potreben? Utemeljite!
3. Pri oceni mesnatosti prašičev na liniji klanja samo debelina hrbtna pojasni 64 % variance (R^2). Koliko znaša korelacija med spremenljivkama?
4. Izhodiščni model je pojasnil 60.14 % variance. Dodali smo mu interakcijo med 4 genotipi in 6 rejami, kar je pojasnilo dodatno 2.03 % variance? Ali je dodatni vpliv nujno potreben? Utemeljite!
5. Izhodiščni model je pojasnil 30.14 % variance. Dodali smo mu interakcijo med 2 genotipoma in 3 rejami, kar je pojasnilo dodatno 22.03 % variance. Ali je dodatni vpliv nujno potreben? Utemeljite!

Naloga 38: Splošno

f) Kaj pomenijo oznake?

- σ_{uu} _____

- σ_a _____

- \mathbf{V} _____

- σ_{au} _____

- $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ _____

- IIDN _____