

Vaje za drugi delni izpit

**Naloge natančno preberite! Pri nalogah, ki zahtevajo računanje, naj bodo računski postopki razvidni!**

---

1. Za naslednje modele izračunajte pričakovane vrednosti, variance in kovariance.

$$y_{ijkl} = \mu + A_i + B_j + AB_{ij} + b(x_{ijk} - \bar{x}) + a_{ijk} + e_{ijkl}$$

- $E(y_{ijkl}) =$
- $var(y_{ijkl}) =$
- $E(2B_j + 3a_{ijk}) =$
- $var(2B_j + 3a_{ijk}) =$
- $E(y_{ijkl} | a_{ijk}) =$
- $E(2B_j + 3a_{ijk} | a_{ijk}) =$
- $cov(A_i, B_j) =$
- $cov(A_i, a_{ijk}) =$

$$y_{ijk} = \mu + C_i + P_{ij} + m_k + e_{ijk}$$

- $E(y_{ijk}) =$
- $var(y_{ijk}) =$
- $E(0.5C_i + 5m_k) =$
- $var(4C_i + 0.5m_k) =$
- $E(y_{ijk} | m_k) =$
- $E(4C_i + 1.5m_k | m_k) =$
- $cov(a_k, e_{ijk}) =$

$$y_{ij} = \mu + b_I(x_i - \bar{x}) + b_{II}(x_i - \bar{x})^2 + a_{ij} + e_{ij}$$

- $E(y_{ij}) =$
- $var(y_{ij}) =$
- $E(y_{ij} | a_{ij}) =$
- $cov(b_i, a_{ij}) =$

2. Meritve za povprečno količino mleka smo izvajali na 20 prvesnicah (krave po prvi telitvi) in 80 molznicah. Živali so bile različno uhlevjene in dobivale so različno količino močne krme. Prav tako so bile krave treh različnih pasem in vse niso bile od enega rejca. Vzorec v tabeli pokaže osnovno strukturo podatkov. Pri nalogi privzemimo predpostavko, da so drugi vplivi nepomembni, ostanki normalno porazdeljeni, ter neodvisni in identični. Pri morebitnih naključnih vplivih bomo predpostavljali običajne predpostavke!

Tabela 1: Molznice

Status	Pasma	Rejec	Uhlevitev	Oče	Količina krme (kg)	Količina mleka (kg)	Dolžina predhodne laktacije (dni)
prevesnica	čb	1	7	38	4.5	18	/
molznica	čb	1	7	35	5.2	27	318
molznica	rj	1	7	30	4.8	25	321
molznica	li	1	7	32	4.3	21	307
prevesnica	rj	2	8	37	4.0	20	/
prevesnica	li	2	8	33	4.2	22	/
molznica	li	2	8	36	5.0	32	326
molznica	rj	2	8	34	4.7	30	328
molznica	čb	1	7	31	4.6	31	319
molznica	čb	2	8	39	4.1	26	309

- Naštejte odvisne spremenljivke
- Naštejte neodvisne spremenljivke
- Naštejte glavne vplive in jih označite
- Naštejte možne vplive in jih označite
- Napišite osnovni model, izpišite in preštejte parametre in mu določite stopinje prostosti
- Napišite možni model, izpišite in preštejte parametre in mu določite stopinje prostosti

a) Napišite model z naslednjimi vplivi: srednja vrednost, pasma, količina močne krme (sistematski vplivi) in rejec (naključni vpliv) v skalarni obliki.

- Za model iz a) izpišite in preštejte parametre, določite stopinje prostosti in rang modela
- Koliko rešitev ima model?
- Napišite hipoteze, s katerimi bi testirali razlike med pasmami! Ali so hipoteze ocenljive? Utemeljite!
- Napišite matriko koeficientov in desno stran za podan model

Za količino krme iz tabele 1 izračunajte naslednje statistike:

- povprečje
- varianco
- standardno napako ocene za povprečje
- kovarianco med količino krme in količino mleka
- regresijski koeficient
- korelacijo

Za količino krme narišite porazdelitev!

3. V poskusu, kjer nas je zanimala masa jagnjet ob odstavitvi in starost matere ob jagnjitvi, smo vključili tri rejce. Za vsako jagnje smo zabeležili količino krmo, iz kako velikega gnezda je, spol, zaporedno jagnjitev, očeta in starost ob odstavitvi. V poskusu je bilo več živali, a vzorec v tabeli pokaže osnovno strukturo podatkov. Pri nalogi privzemimo predpostavko, da so drugi vplivi nepomembni, ostanki normalno porazdeljeni, ter neodvisni in identični. Pri morebitnih naključnih vplivih bomo predpostavljali običajne predpostavke!

Tabela 2: Jagnjeta

Rejec	Količina krme (kg)	Spol	Velikost gnezda	Zaporedna jagnjitev	Oče	Žival	Starost od odstavitvi (dni)	Masa ob odstavitvi (kg)	Starost matere (dni)
t	0.5	m	1	1	108	1	120	25.4	354
m	0.4	m	2	3	109	2	118	29.9	798
m	0.4	z	2	1	100	3	129	21.6	367
p	0.6	m	2	3	121	4	111	23.1	804
t	0.5	m	2	2	154	5	120	22.5	578
t	0.5	z	1	3	138	6	131	30.8	780
m	0.4	z	1	2	129	7	122	26.9	598
p	0.6	z	2	2	112	8	132	31.2	602
p	0.6	m	1	1	147	9	119	64.5	341

- Naštejte odvisne spremenljivke
- Naštejte neodvisne spremenljivke
- Naštejte glavne vplive in jih označite
- Naštejte možne vplive in jih označite
- Napišite osnovni model, izpišite in preštejte parametre in mu določite stopinje prostosti
- Napišite možni model, izpišite in preštejte parametre in mu določite stopinje prostosti

Za starost ob odstavitvi narišite porazdelitev!

a) Napišite model z naslednjimi vplivi: srednja vrednost, rejec, spol, količina krme, zaporedna jagnjitev in interakcija med rejec in spolom (sistematski vplivi) ter žival (naključni vpliv) v skalarni obliki.

- Za model iz a) izpišite in preštejte parametre, določite stopinje prostosti in rang modela
- Koliko rešitev ima model?
- Napišite hipoteze, s katerimi bi testirali razlike med rejci. Ali so hipoteze ocenljive? Utemeljite!
- S katerim testom bi testirali posamezne hipoteze? Utemeljite!
- Napišite matriko koeficientov in desno stran za podan model

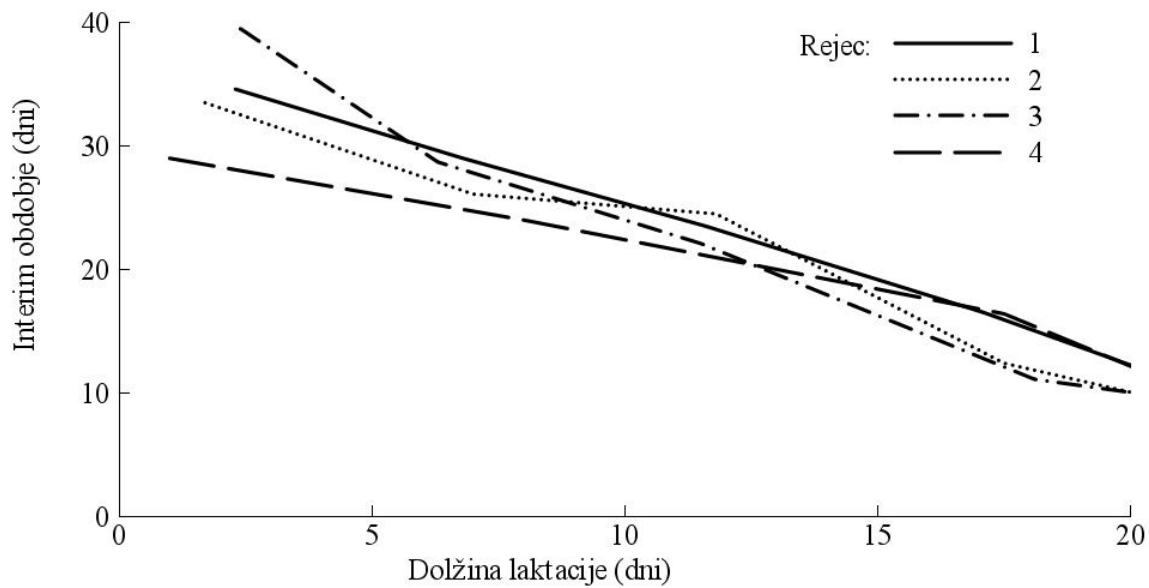
Iz naloge 3 smo za maso ob odstavitvi vzeli naslednji model. Tudi če se vam model ne zdi primeren, ga ne popravljajte. Vzemite da je pravilen!

$$y_{ijkl} = \mu + R_i + S_{ij} + Z_k + R_i S_{ij} + b(x_{ijkl} - \bar{x}) + a_{ijk} + e_{ijkl}$$

kjer je  $G_i$  = rejec,  $S_{ij}$  = spol,  $Z_k$  = zaporedna jagnjitev,  $x_{ijk}$  = količina krme. Ostale oznake so v skladu z dogovori.

- vplivom pripišite osnovne značilnosti
- določite število parametrov
- določite število stopinj prostosti
- modelu določite rang
- $E(y_{ijkl}) =$
- $var(y_{ijkl}) =$
- $E(y_{ijkl} | a_{ijk}) =$

4. Podatke iz poskusa smo narišali na spodnjem grafu (slika 1).



Slika 1: Dolžina laktacije v odvisnosti od interim obdobja

- imenujte odvisno spremenljivko:
- imenujte neodvisno spremenljivko:
- napišite model, s katerim bi obdelali podatke
- ocenite regresijske koeficiente premic
- v nekaj stavkih interpretirajte graf

5. Odgovorite na naslednja vprašanja

- Kaj potrebujemo za preveritev modela?
- S katerimi metodami preizkušamo hipoteze?
- Koliko tipov preizkusov hipotez poznamo?
  - Za kaj so primerni preizkusi tipa I?
  - Na čem temelji preizkus tipa II in kje so ti preizkusu primerni?
  - Kdaj uporabljamo preizkus tipa III in IV? Na čem temeljijo ti preizkusi?
- Napišite splošno matrično obliko ničelne hipoteze in matriko hipotez
- Opišite metodo najmanjših kvadratov!

6. Kaj pomenijo oznake?

- | (iz naloge 1): \_\_\_\_\_
- $\sigma_a^2$ : \_\_\_\_\_
- $X'X$ : \_\_\_\_\_
- IID: \_\_\_\_\_
- IIDN: \_\_\_\_\_
- $a_{ijk}$ : \_\_\_\_\_
- $\hat{P}_i$ : \_\_\_\_\_

7. Narišite porazdelitev za naslednje sklope podatkov:

a) Količina namolženega mleka v litrih: 25, 30, 20, 21, 25, 26

b) Čas galoperjev v sekundah: 325, 378, 360, 344, 350, 350

c) Masa čokolade v gramih: 350, 150, 200, 150, 100, 50